

ТЕРМИЧЕСКОЕ И КАЛОРИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ АЗОТА В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ ПЛОТНОСТИ И ТЕМПЕРАТУРЫ: ПРИМЕНЕНИЕ К РАСЧЕТАМ ИСТЕЧЕНИЯ КРИОГЕННЫХ СТРУЙ*

Н. М. Кузнецов¹, С. Н. Медведев², С. М. Фролов³, Ф. С. Фролов⁴, Б. Басара⁵, К. Пахлер⁶

Аннотация: Разработано аналитическое уравнение состояния (U_pC) реального газа для азота. Проведена проверка области применимости U_pC в широком диапазоне плотности (от 0 до значения в тройной точке) и температуры (от 100 до 5000 К). Полученное U_pC внедрено в газодинамическую программу для расчета многомерных турбулентных реагирующих течений. С использованием нового U_pC проведены расчеты истечения плотной затопленной турбулентной струи криогенного азота в камеру, заполненную азотом при нормальной температуре. Проведено сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными по изменению плотности вещества в струе. Получено удовлетворительное согласие результатов. Разработанное U_pC позволяет разделять области жидкости и газа по локальным мгновенным значениям плотности и температуры в струе без применения модели двухфазного течения.

Ключевые слова: азот; реальный газ; широкодиапазонное уравнение состояния; тройная точка; криогенная струя; распределение плотности

DOI: 10.30826/CE20130213

1 Введение

Один из путей совершенствования поршневых и реактивных двигателей на жидком химическом топливе — повышение давления в камере сгорания (КС). Кроме традиционных проблем, связанных с обеспечением механической прочности и жаропрочности стенок КС, на этом пути встают дополнительные проблемы, связанные с проектированием систем подачи горючего. Если жидкое горючее подается в КС при давлении и температуре ниже значений в критической точке, такую подачу горючего называют докритической: она достаточно хорошо изучена [1]. Однако в современных высоконапорных дизелях, турбореактивных и ракетных двигателях давление подачи горючего, как правило, выше его критического давления, а температура

горючего перед подачей в КС — ниже его критической температуры. В самой же КС значения давления и температуры среды, как правило, выше критических значений для горючего, т. е. жидкое горючее при подаче в КС оказывается в сверхкритическом состоянии и по давлению, и по температуре. Подачу горючего в КС в таких условиях часто называют транскритической.

В высокоскоростных прямоточных воздушно-реактивных двигателях горючее используется для охлаждения элементов летательного аппарата и перед подачей в КС может находиться в сверхкритических условиях по давлению и докритических условиях по температуре, а после подачи в КС перейти в докритическое состояние по давлению и сверхкритическое состояние по температуре, что соответствует так называемому околокритическому

* Работа выполнена за счет субсидии, выделенной ФИЦ ХФ РАН на выполнение государственного задания по теме 0082-2016-0011 (номер государственной регистрации АААА-А17-117040610346-5), и субсидии, выделенной ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН по теме 0065-2019-0005 (номер государственной регистрации АААА-А19-119011590092-6).

¹Федеральный исследовательский центр химической физики им. Н. Н. Семёнова Российской академии наук, N-M-Kuznetsov@yandex.ru

²Федеральный исследовательский центр химической физики им. Н. Н. Семёнова Российской академии наук, medvedevs@chph.ras.ru

³Федеральный исследовательский центр химической физики им. Н. Н. Семёнова Российской академии наук; Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук, Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, smfrol@chph.ras.ru

⁴Федеральный исследовательский центр химической физики им. Н. Н. Семёнова Российской академии наук, f.frolov@chph.ru

⁵АВЛ Лист ГмбХ, branislav.basara@avl.com

⁶АВЛ Лист ГмбХ, klaus.pachler@avl.com

му режиму подачи горючего. Возможны варианты, когда горючее, находясь в сверхкритических условиях по давлению и по температуре, после подачи в КС оказывается в докритических условиях по давлению, оставаясь в сверхкритическом состоянии по температуре. В этом случае реализуется режим сверхкритической подачи горючего.

Во всех указанных переходных явлениях могут проявляться уникальные теплофизические свойства критических состояний вещества, такие как обнуление коэффициента поверхностного натяжения и скрытой теплоты парообразования жидкости, локальный максимум удельной теплоемкости, резкие изменения коэффициентов переноса (вязкости, теплопроводности и диффузии), плотности, внутренней энергии и др.

Исследованиям особенностей транскритической, окологкритической и сверхкритической подачи горючего в КС посвящены десятки экспериментальных и расчетных работ. Отметим здесь обзорную работу [2], в которой опубликованы результаты систематических экспериментальных исследований струйной подачи криогенных жидкостей (азота и кислорода) применительно к жидкостным ракетным двигателям, проводимых в Германском аэрокосмическом центре (DLR) (см., например, [3]) и в Научно-исследовательской лаборатории ВВС США (AFRL) (см., например, [4]). Обзор расчетных работ приведен, например, в [5]. Расчеты струй криогенных жидкостей основаны на уравнениях течения реальных газов, причем чаще всего применяются кубические УрС типа Пенга–Робинсона [6] с теми или иными поправками. Уравнения течения решаются численно, в основном, методом крупных вихрей (large-eddy simulation, LES) [7] или прямым численным моделированием (direct numerical simulation, DNS) [8], хотя применяются и методы, основанные на решении усредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (Reynolds-averaged Navier–Stokes, RANS) [9].

Цель данной работы состояла, во-первых, в построении аналитического широкодиапазонного УрС азота, обеспечивающего достаточную точность при сквозном расчете термических и калорических параметров струйных течений с температурой от значения в тройной точке (63,15 К) до 5000–6000 К и плотностью от значения в тройной точке (0,86722 г/см³) до близких к нулю, и, во-вторых, в применении этого УрС для газодинамического расчета затопленных струй криогенного азота. Отметим, что указанные области температуры и плотности включают как однофазные состояния азота в виде жидкости и газа, так и двухфазное состояние жидкость–газ, а при температуре $T \geq T_c$ (T_c — критическая температура (126,192 К)) азот находится

в состоянии сверхкритического флюида. Отметим, что в литературе УрС азота, в основном, представлено в виде таблиц, имеющих высокую точность (от 0,1% до 1%). Существуют также различные аналитические аппроксимации таких таблиц, которые содержат до 100 коэффициентов. Таблицы и громоздкие аппроксимации неудобны для газодинамических расчетов. Нами ранее предложены аналитические УрС азота, содержащие небольшое количество коэффициентов [10–12], однако эти УрС не охватывают двухфазное состояние жидкость–газ и жидкое состояние.

При построении нового УрС в качестве независимых термодинамических параметров нами выбраны плотность и температура, а давление и внутренняя энергия выражаются в явном виде как функции этих параметров. Такой выбор независимых параметров физически обусловлен тем, что от плотности зависит спектр энергетических уровней, а от температуры — их заселенность. Указанное выше ограничение температуры сверху выбрано так, чтобы вкладом процессов диссоциации и ионизации молекул азота в УрС можно было пренебречь.

2 Термическое уравнение состояния азота: двухфазная область жидкость–газ

В справочной литературе зависимости давления P от температуры T на линии насыщения, $P_S(T)$, представлены подробными таблицами и многопараметрическими формулами, полученными путем интерполяции экспериментальных данных. Наряду с этим теоретический и прикладной интерес представляют аналитические приближения функции $P(T)$, полученные с использованием формулы Клапейрона–Клаузиуса:

$$T \frac{dP_S}{dT} = \frac{Q}{V_2 - V_1},$$

где Q — молярная теплота фазового перехода; V_1 и V_2 — молярные объемы фаз на кривой $P_S(T)$.

В [13, 14] для $P_S(T)$ предложена двухпараметрическая формула:

$$P_S(T) = \left[\left(\frac{T}{\alpha} \right)^{1/8} - A \right]^8 \text{ кг/см}^2, \quad (1)$$

которую можно представить в виде явной зависимости температуры на линии насыщения T_S от давления:

$$T_S(P) = \alpha \left(P^{1/8} + A \right)^8. \quad (2)$$

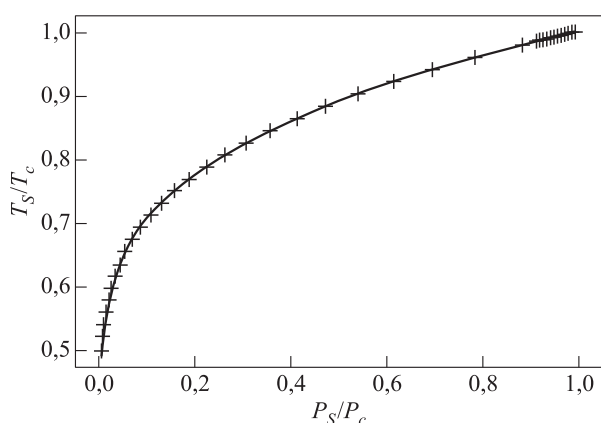


Рис. 1 Сравнение результатов расчета по формуле (5) (кривая) с табличными данными [17] (значки) на линии насыщения азота

Формулы (1) и (2) с соответствующими значениями параметров A и α применимы к широкому классу веществ (проверено на примерах H_2O , CO и CO_2 — [13] и [14] для формул (1) и (2) соответственно, а также насыщенных углеводородов от метана до эйкозана [15]). В [14] показано, что показатели степени 8 и $1/8$ в (1) и (2) имеют определенный физический смысл, а сами эти формулы не являются чисто интерполяционными.

Использование табличных справочных данных [16, 17] позволяет получить для азота следующие значения параметров A и α в (1) и (2):

$$A = 6,07967 \text{ МПа}^{1/8}; \alpha = 1,63514 \cdot 10^{-5} \text{ К} \quad \text{при } 63,15 \leq T \leq 90 \text{ К}; \quad (3)$$

$$A = 5,75042 \text{ МПа}^{1/8}; \alpha = 2,40954 \cdot 10^{-5} \text{ К} \quad \text{при } 90 \leq T \leq 126,15 \text{ К}. \quad (4)$$

Максимальная относительная погрешность формулы (1) с параметрами (3) и (4) составляет $\Delta P/P \approx 1,3\%$. Соответственно максимальная относительная погрешность формулы (2) $\Delta T/T$ составляет лишь десятые доли процента.

Небольшая модификация (1) с помощью введения третьего параметра t_0 и соответствующей перенормировки параметров A и α позволяет существенно повысить точность единой аппроксимации всей линии насыщения азота от тройной до критической точки. Окончательные формулы, разрешенные явно относительно давления и температуры, имеют вид:

$$\frac{P_S(T)}{P_c} = \left[\left(\frac{T/T_c - t_0}{\alpha} \right)^{1/8} - A \right]^8; \quad (5)$$

$$\frac{T_S(P)}{T_c} = t_0 + \alpha \left[\left(\frac{P}{P_c} \right)^{1/8} + A \right]^8, \quad (6)$$

где P_c — критическое давление азота (3,3958 МПа); $A = 4,19656016186$; $\alpha = 1,68602012976 \cdot 10^{-6}$; $t_0 = 0,103757449634$. На рис. 1 проведено сравнение формул (5) и (6) с табличными данными [17] для азота. Максимальная погрешность вычисления давления по формуле (5) и температуры по формуле (6) не превышает 0,5% и 0,07% соответственно.

3 Калорическое уравнение состояния азота: двухфазная область жидкость—газ

Удельную внутреннюю энергию как функцию плотности и температуры $E(\rho, T)$ можно представить в виде:

$$E(\rho, T) = E_1 + (E_2 - E_1) \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1 - \rho_2}, \quad (7)$$

где ρ — плотность, а индексы 1 и 2 относятся соответственно к жидкости и газу на линии насыщения. Отметим, что величины E_1, E_2, ρ_1 и ρ_2 зависят только от температуры, т.е. $E_1 = E_1(T), E_2 = E_2(T), \rho_1 = \rho_1(T)$ и $\rho_2 = \rho_2(T)$. Аппроксимационные формулы для E_1 и E_2 имеют вид:

$$\ln \left(\frac{E_2}{RT} \right) = a_0^v + a_1^v \theta + a_2^v \theta^2 + a_3^v \theta^{1/2} + a_4^v \theta^{1/3}; \quad (8)$$

$$\frac{E_1}{RT} = \left(\frac{T_c}{T} \right) (a_0^l + a_1^l \theta + a_2^l \theta^2 + a_3^l \theta^{1/2} + a_4^l \theta^{1/3}), \quad (9)$$

где $\theta = 1 - T/T_c$, а значения коэффициентов, входящих в (8) и (9), представлены в табл. 1.

Для вычисления ρ_1 и ρ_2 используем аппроксимационные формулы [17]:

$$\ln \left(\frac{\rho_1}{\rho_c} \right) = N_1 \theta^{0,3294} + N_2 \theta^{2/3} + N_3 \theta^{8/3} + N_4 \theta^{35/6}, \quad (10)$$

Таблица 1 Значения коэффициентов в (8) и (9)

№	a_i^l	a_i^v
0	0,491099518462	-0,711108486467
1	-4,80826892529	0,500430396339
2	-0,352145181684	-0,346256848764
3	-1,94184211962	5,53641331625
4	-0,683184713681	-4,16173694106

где ρ_c — плотность в критической точке; $N_1 = 1,48654237$; $N_2 = -0,28476066$; $N_3 = 0,08941431$; $N_4 = 0,11987987$, и

$$\ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_c}\right) = \left(\frac{T_c}{T}\right) \left[N_1\theta^{0,34} + N_2\theta^{5/6} + N_3\theta^{7/6} + N_4\theta^{13/6} + N_5\theta^{14/3} \right], \quad (11)$$

где $N_1 = -1,70889034$; $N_2 = -3,61565814$; $N_3 = 1,14814197$; $N_4 = -0,42038846$; $N_5 = -2,9117985$. Отметим, что для согласования термодинамических параметров фаз в тройной точке значения коэффициентов для газа (ρ_2) уточнены: вместо плотности газа в тройной точке $\rho_{\text{тр}}^g = 0,000674272$ г/см³ [17] здесь используется значение $\rho_{\text{тр}}^g = 0,000666371$ г/см³.

Формулы (7)–(11) полностью определяют калорическое УрС азота в виде зависимости внутренней энергии от плотности и температуры в двухфазной области состояний. Относительная погрешность формул (7)–(11) не превышает десятых долей процента.

4 Удельные теплоемкости азота: двухфазная область жидкость—газ

По определению удельная теплоемкость при постоянном объеме равна:

$$C_v = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_v \quad (12)$$

и согласно (7):

$$C_v = \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1 - \rho_2} \left[\frac{\partial E_1}{\partial T} + \frac{E_2 - E_1}{\rho_1 - \rho_2} \frac{\partial \rho_2}{\partial T} \right] + \frac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} \left[\frac{\partial E_2}{\partial T} + \frac{E_2 - E_1}{\rho_1 - \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial T} \right].$$

Явное выражение для C_v можно получить дифференцированием (8) и (9). Однако при численных расчетах значительно проще использовать соотношение в конечных разностях, учитывая, что

$$\left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_v = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{E(T + \Delta T) - E(T)}{\Delta T}, \quad (13)$$

и подставляя в (13) достаточно малое значение ΔT , например $0,00001T$.

Для удельной теплоемкости при постоянном давлении справедливо общее термодинамическое соотношение:

$$C_p = C_v - T \frac{(\partial P / \partial T)_v^2}{(\partial P / \partial V)_T}. \quad (14)$$

Из (14) следует, что в двухфазной области

$$C_p = \infty,$$

так как здесь $(\partial P / \partial V)_T = 0$, а $(\partial P / \partial T)_v = dP/dT \neq 0$.

5 Термические уравнения состояния азота: жидкость, газ, сверхкритический флюид

За пределами двухфазной области — в жидком и газообразном состояниях, а также в состоянии сверхкритического флюида — термическое УрС азота будем описывать следующими формулами:

– при $0,0006664 \leq \rho \leq 0,86722$ г/см³ (границы диапазона приблизительно соответствуют плотности газа $\rho_{\text{тр}}^g$ и жидкости $\rho_{\text{тр}}^l$ в тройной точке):

$$P = P_S(\rho) + \rho f(\rho, T) [T - T_S(\rho)] \left(\frac{R}{\mu} \right); \quad (15)$$

– при $0 \leq \rho < 0,0006664$ г/см³:

$$P = \rho f(\rho, T) \left(\frac{R}{\mu} \right) T, \quad (16)$$

где $P_S(\rho)$ и $T_S(\rho)$ — давление и температура на линии насыщения соответственно. Температура в (15) и (16) ограничена снизу условием¹:

$$T - T_S(\rho) \geq 0. \quad (17)$$

Значение $\rho = \rho_{\text{тр}}^g = 0,0006664$ г/см³ удовлетворяет равенству:

$$P_S(\rho) - \left(\frac{R}{\mu} \right) \rho f(\rho, T) T_S(\rho) = 0.$$

Интерполируя табличные данные [17], можно получить формулы для функции $P_S(\rho)$ в виде полиномов по степеням плотности во всем диапазоне плотностей от $\rho_{\text{тр}}^l = 0,86722$ до $\rho_{\text{тр}}^g = 0,0006664$ г/см³:

$$P_S(\rho) = \begin{cases} P_1(\rho) = \text{полином } P_1 & \text{при } \rho_{\text{тр}}^g \leq \rho \leq \rho_*; \\ P_2(\rho) = \text{полином } P_2 & \text{при } \rho_* \leq \rho \leq \rho_{**}; \\ P_3(\rho) = \text{полином } P_3 & \text{при } \rho_{**} \leq \rho \leq \rho_{\text{тр}}^l, \end{cases} \quad (18)$$

где в качестве точек сшивки полиномов приняты значения $\rho_* = 0,2122$ г/см³, $\rho_{**} = 0,461803$ г/см³; коэффициенты полиномов P_1 , P_2 и P_3 представ-

¹При нарушении условия (17) система находится в двухфазной области.

Таблица 2 Коэффициенты полиномов (18) для аппроксимации давления азота на линии насыщения

№	P_1	P_2	P_3
0	-0,00393263	-1,23103	15,1396
1	24,6754	50,6801	-135,896
2	20,7895	-211,877	588,975
3	-810,246	404,364	-1178,03
4	3508,62	-286,231	1068,33
5	-5334,17	-37,5184	-359,126

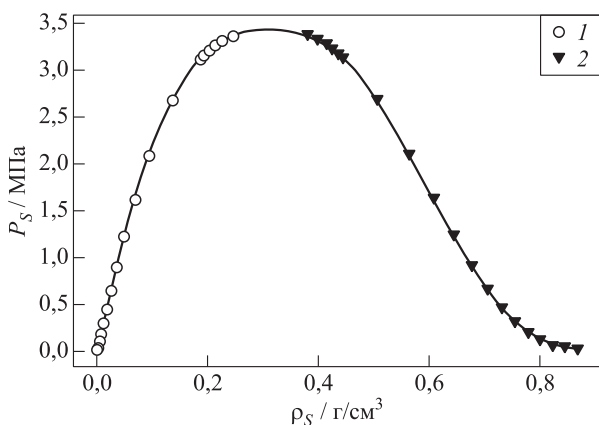


Рис. 2 Сравнение расчетов $P_S(\rho)$ на линии насыщения азота по формулам (18) (кривая) с табличными данными [17] (значки): 1 — пар; 2 — жидкость

лены в табл. 2. На рис. 2 показано сравнение расчетов $P_S(\rho)$ по формулам (18) с табличными данными. Функция $T_S(\rho)$ в параметрическом виде (через $P_S(\rho)$) определяется формулой (6) при замене в ней P на $P_S(\rho)$.

Для определения функции $f(\rho, T)$ применим следующий прием. Сначала по формулам (15) и (16) получим ее значения при каждом ρ на изотермах $T = 300, 400, 500, 600$ и 800 К, используя для $P_S(\rho)$ полиномы (18), а для $P = P(\rho, T)$ — данные таблиц [17]. Затем полученный таким способом дискретный набор значений $f(\rho, T)$ для каждой из изотерм интерполируем полиномами пятой степени по степеням ρ со свободным членом, равным единице. Далее вместо двух аргументов функции $f(\rho, T)$ введем один аргумент Z :

$$Z = \frac{\rho}{\rho_c} \left(\frac{T^*}{T} \right)^{3/n(T, T^*)}, \quad (19)$$

Таблица 3 Значения коэффициентов в (19)–(21)

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	B	m
1	0,930794441189	-0,7560883941	0,834935224625	-0,278071370493	0,0415653559989	22,6697273186	-0,180648388772

где

$$n(T, T^*) = B \left(\frac{T^*}{T} \right)^m; \quad (20)$$

$T^* = 400$ К; m и B — коэффициенты. Представим функцию $f(\rho, T) = f(Z)$ в виде полиномов пятой степени по Z :

$$f(Z) = \sum_{i=0}^5 a_i Z^i. \quad (21)$$

Наконец, используя табличные данные [17] для изотерм $T = 150, 200, 300, 400, 500, 600, 700$ и 800 К, рассчитаем значения m и B , а также коэффициенты аппроксимации для полинома (21) (табл. 3).

Функция (21) воспроизводит значения $f(\rho, T)$ со средней по модулю и максимальной погрешностью около 0,05% и 0,94% соответственно (рис. 3). Такая приближенная «автомодельность» (возможность замены с удовлетворительной точностью двух аргументов ρ и T одним аргументом Z) не случайна. Она объяснима с позиций статистической физики и качественных представлений о потенциале межмолекулярного взаимодействия.

Укажем диапазоны термодинамических параметров, при которых УрС (15) и (16) относятся к жидкости, к газу и к сверхкритическому флюиду. Случаю жидкости соответствует УрС (15) при $T_S(\rho) \leq T \leq T_c$ и $\rho > \rho_c$; случаю газа — УрС (15) и (16) при $T_S(\rho) \leq T \leq T_c$ и $\rho \leq \rho_c$; случаю сверхкритического флюида — УрС (15) и (16) при $T > T_c$.

6 Калорические уравнения состояния азота: жидкость, газ, сверхкритический флюид

Удельная внутренняя энергия складывается из энергии идеального газа

$$E^0(T) = \frac{5}{2} RT + \frac{R\theta}{\exp(\theta/T) - 1}, \quad \theta = 3340 \text{ К},$$

и избыточной энергии E_{exc} , определяемой интегралом

$$E_{\text{exc}} = \int_0^{\rho} \left[P - T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\rho} \right] \rho^{-2} d\rho.$$

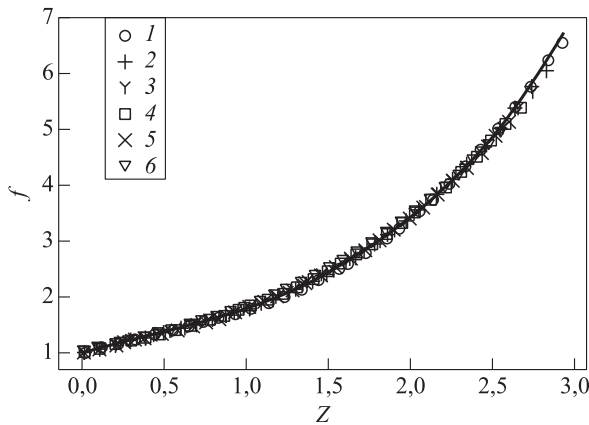


Рис. 3 Сравнение «автомодельной» зависимости (21) (кривая) со значениями на изотермах (значки), полученными по табличным данным: 1 – $T = 300$ К; 2 – 400; 3 – 500; 4 – 600; 5 – 700; 6 – $T = 800$ К

Калорические УрС в рассматриваемых трех однофазных областях выражаются соответственно тремя различными формулами, представленными ниже:

- (1) жидкость ($T \leq T_c$; $\rho_1(T) \leq \rho \leq \rho_{tr}^l$)

$$E(\rho, T) = E_1(T) + \int_{\rho_1(T)}^{\rho} \left[P - T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\rho} \right] \rho^{-2} d\rho,$$

$$\rho_1(T) = \frac{1}{V_1(T)}; \quad (22)$$

- (2) газ ($T \leq T_c$, $0 \leq \rho \leq \rho_2(T)$)

$$E(\rho, T) = E_2(T) + \int_{\rho_2(T)}^{\rho} \left[P - T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\rho} \right] \rho^{-2} d\rho,$$

$$\rho_2(T) = \frac{1}{V_2(T)}; \quad (23)$$

- (3) сверхкритический флюид ($T > T_c$)

$$E(\rho, T) = E^0(T) + \int_0^{\rho} \left[P - T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\rho} \right] \rho^{-2} d\rho. \quad (24)$$

При вычислении интегралов (22)–(24) следует учитывать изменение термического УрС (15) при переходах через плотность в тройной точке (см. (15) и (16)) и в точках сшивки полиномов (18).

Погрешность определения удельной внутренней энергии с помощью калорических УрС (22)–(24), в целом, не превышает долей процента. Однако следует отметить, что результаты расчетов

внутренней энергии по (23) в однофазной области с очень низкой температурой ($T < 90$ К) и низкой плотностью (газ) дают большие отклонения от табличных данных, т. е. в данной области применять УрС (23) не рекомендуется.

7 Удельные теплоемкости азота: жидкость, газ, сверхкритический флюид

Связь удельной теплоемкости C_v с внутренней энергией $E(\rho, T)$ определяется общей формулой (12), в которой E в случаях жидкости, газа и сверхкритического флюида определена формулами (22), (23) и (24) соответственно. При этом во всех трех случаях в численных расчетах производную $(\partial E / \partial T)_v$ с достаточной точностью можно заменить отношением конечных разностей аналогично (13).

Во всех трех случаях удельная теплоемкость C_p вычисляется по общей формуле (14), в которой производные $(\partial P / \partial T)_v$ и $(\partial P / \partial V)_T$ вычисляются на основе термических УрС (15) и (16). При этом в численных расчетах производные с достаточной точностью можно заменить отношением конечных разностей аналогично (14).

В качестве примера на рис. 4 проведено сравнение расчетных зависимостей удельной теплоемкости азота от плотности с табличными данными [17] в области сверхкритического флюида на изотермах $T = 300, 400, 800, 1000$ и 1200 К.

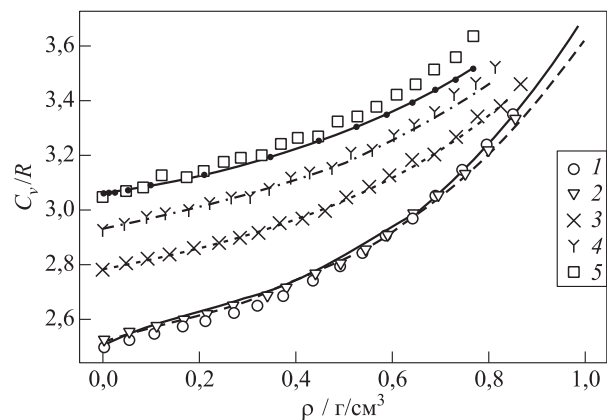


Рис. 4 Сравнение расчетных (кривые) и табличных (значки) значений [17] удельной теплоемкости азота C_v от плотности в области сверхкритического флюида на нескольких изотермах: 1 – $T = 300$ К; 2 – 400; 3 – 800; 4 – 1000; 5 – $T = 1200$ К

8 Сверхкритическое истечение струи азота: постановка задачи

В работе [3] приведено описание результатов экспериментов по истечению осесимметричной струи криогенного азота с начальными температурой T_{inj} (120 и 130 К) и скоростью U_{inj} (от 1,8 до 5,4 м/с) в цилиндрическую камеру, заполненную газообразным азотом при давлении P_0 от 3,95 до 5,98 МПа и комнатной температуре $T_0 = 298$ К. Форсунка представляла собой цилиндрический канал круглого сечения диаметром $D = 2,2$ мм и длиной 90 мм, а камера имела диаметр 122 мм и длину 1000 мм. В [3] представлены данные по изменению плотности струи вдоль ее оси и вдоль радиуса для 12 наборов условий истечения. Для демонстрации применимости предлагаемого нами широкодиапазонного УрС азота воспользуемся результатами [3], взяв за основу два набора условий истечения:

- (I) $T_{inj} = 126,9$ К; $U_{inj} = 4,9$ м/с; $P_0 = 3,97$ МПа; $T_0 = 298$ К (в [3] — опыт 3);
- (II) $T_{inj} = 137$ К; $U_{inj} = 5,4$ м/с; $P_0 = 3,98$ МПа; $T_0 = 298$ К (в [3] — опыт 4),

и решим задачу численно методами вычислительной газовой динамики. Для этого применим постановку задачи из работы [8], в которой результаты экспериментов [3] сравниваются с результатами прямого численного моделирования на основе УрС Пенга–Робинсона [6] с уточнением [18].

На рис. 5 показана расчетная область в виде короткого участка канала форсунки диаметром D и длиной $2D$, через который струя криогенного азота истекает вдоль оси симметрии в камеру, имеющую форму расширяющегося усеченного конуса длиной $32D$ с минимальным и максимальным основаниями диаметром $5D$ и $18D$. Структурированная расчетная сетка содержит 328 000 ячеек.

На входе в канал форсунки задаются температура T_{inj} и скорость U_{inj} азота, а также параметры турбулентности: кинетическая энергия k_{inj} и ее диссипация ϵ_{inj} (турбулентную скорость и интегральный масштаб длины полагали равными $0,1U_{inj}$ и $0,1D$ соответственно).

В выходном (правом) сечении камеры задаются условия постоянного давления $P_{out} = P_0$. Стенка канала форсунки и левая стенка камеры считаются адиабатическими, а боковая стенка камеры — изотермической с температурой 298 К.

Расчет проводится с помощью вычислительной платформы AVL FIRE [19], в которую предварительно внедрены разработанные нами термическое и калорическое УрС, а также процедуры расчета удельной теплоемкости и свойств молекулярного переноса для азота — вязкости и теплопроводности. Коэффициенты динамической вязкости η и теплопроводности λ рассчитываются по формулам [20]:

$$\eta = \eta_0(T) + \eta_r(T, \rho); \quad (25)$$

$$\lambda = \lambda_0(T) + \lambda_r(T, \rho) + \lambda_c(T, \rho), \quad (26)$$

где η_0 — коэффициент динамической вязкости азота при низком давлении; η_r — поправка на остаточную вязкость жидкости; λ_0 — коэффициент теплопроводности азота при низком давлении; λ_r — поправка на остаточную теплопроводность; λ_c — поправка на теплопроводность в критической области.

Для каждого члена в (25) и (26) в [20] имеются соответствующие соотношения и коэффициенты. Вычислительная платформа AVL FIRE широко используется мировыми двигателестроительными компаниями при проектировании поршневых двигателей, и в ней по умолчанию используются термическое и калорическое УрС идеального газа. Ранее (в [21]) она применялась нами для проведения сравнительных трехмерных газодинамических расчетов

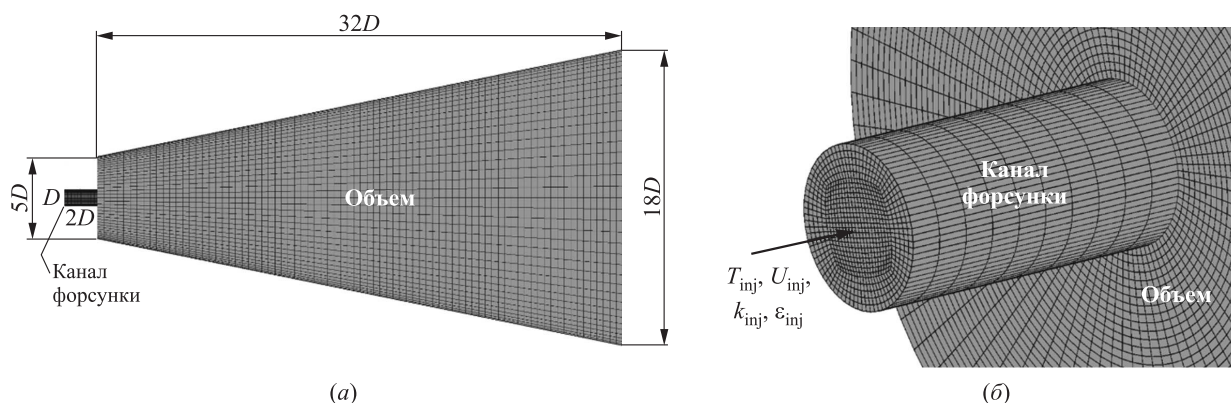


Рис. 5 Геометрия расчетной области: (а) вид сбоку; (б) увеличенный вид со стороны канала форсунки

рабочего процесса в КС дизеля с использованием термических и калорических УрС идеального газа и УрС реального газа, разработанного в ФИЦ ХФ РАН.

Было показано существенное влияние эффектов реального газа на индикаторную диаграмму и на выход оксидов азота и сажи.

Численный расчет истечения струи криогенного азота проводится на основе осредненных по Рейнольдсу трехмерных уравнений Навье–Стокса, дополненных $k-\xi-f$ -моделью турбулентности [22].

Для решения системы определяющих уравнений используется сегрегированный алгоритм типа SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked

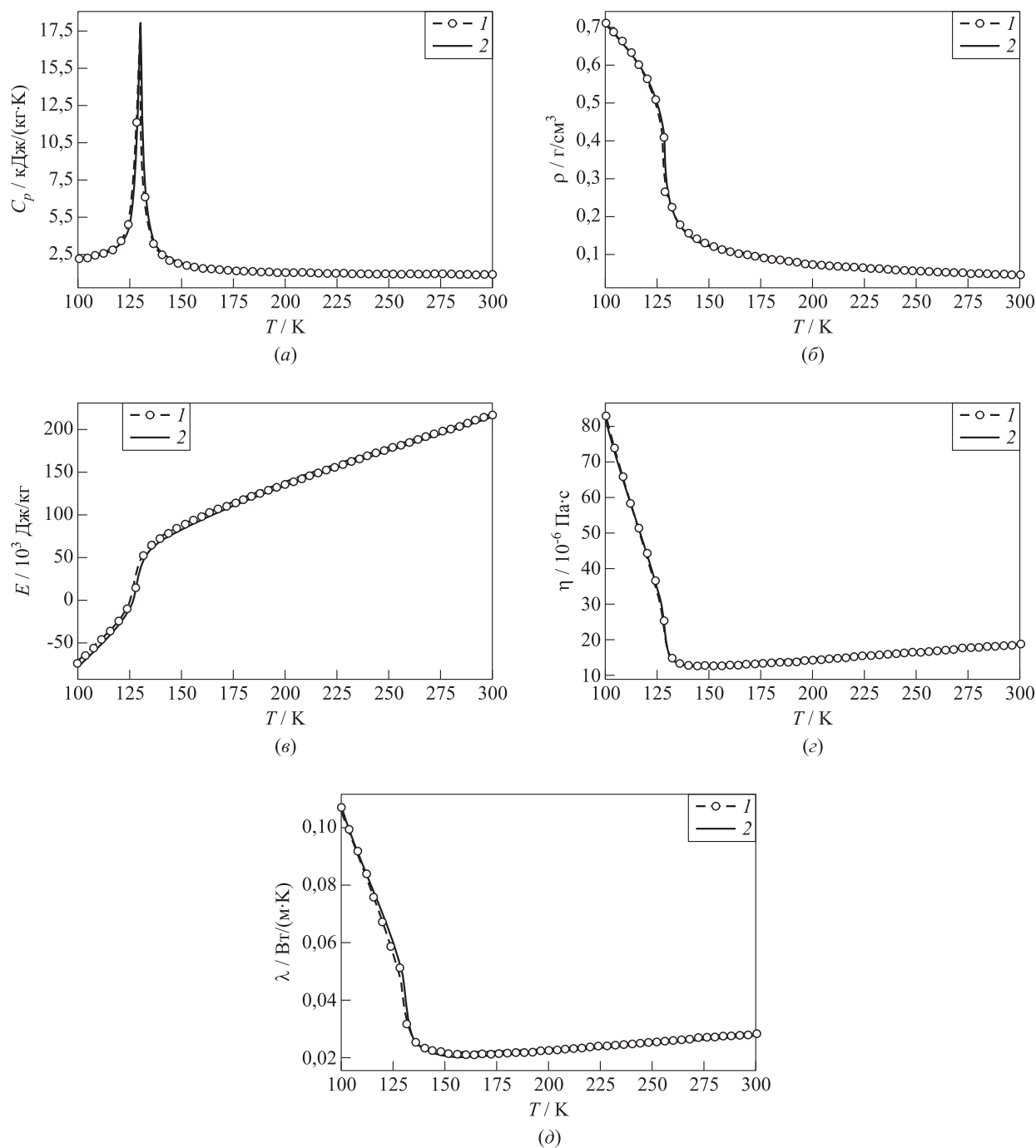


Рис. 6 Сравнение расчетных (1) зависимостей $C_p(T)$ (а), $\rho(T)$ (б), $E(T)$ (в), $\eta(T)$ (г) и $\lambda(T)$ (д) с данными [25] (2) для азота на изобаре 3,98 МПа

Equations) [23]. Конвективный перенос в законе сохранения массы аппроксимируется центральной разностью, в законе сохранения количества движения — схемой TVD (Total Variation Diminishing) с лимитером MINMOD [24], а для остальных уравнений используется стандартная схема UPWIND первого порядка.

9 Сверхкритическое истечение струи азота: сравнение расчетов с экспериментом

Перед проведением газодинамических расчетов истечения струи криогенного азота в объем нами проведены проверочные расчеты на соответствие всех теплофизических параметров решаемой зада-

чи данным NIST (National Institute of Standards and Technology) [25] на изобаре $P = 3,98$ МПа при $100 \leq T \leq 300$ К. На рис. 6 представлены результаты этих расчетов для $C_p(T)$ (см. рис. 6, а, разд. 4 и 7), $\rho(T)$ (см. рис. 6, б, разд. 2 и 5), $E(T)$ (см. рис. 6, в, разд. 3 и 6), $\eta(T)$ (см. рис. 6, г, формула (25)) и $\lambda(T)$ (см. рис. 6 д, формула (26) с $\lambda_c = 0$).

Отметим, что температура кипения азота при давлении $P = 3,98$ МПа равна 130 К. При этой температуре теплоемкость C_p имеет ярко выраженный локальный максимум. Сравнение показывает, что в указанном диапазоне температур все теплофизические параметры задачи, полученные по предложенному нами УрС и по формулам (25), (26) отлично согласуются с данными [25].

Результаты газодинамических расчетов представлены на рис. 7–9.

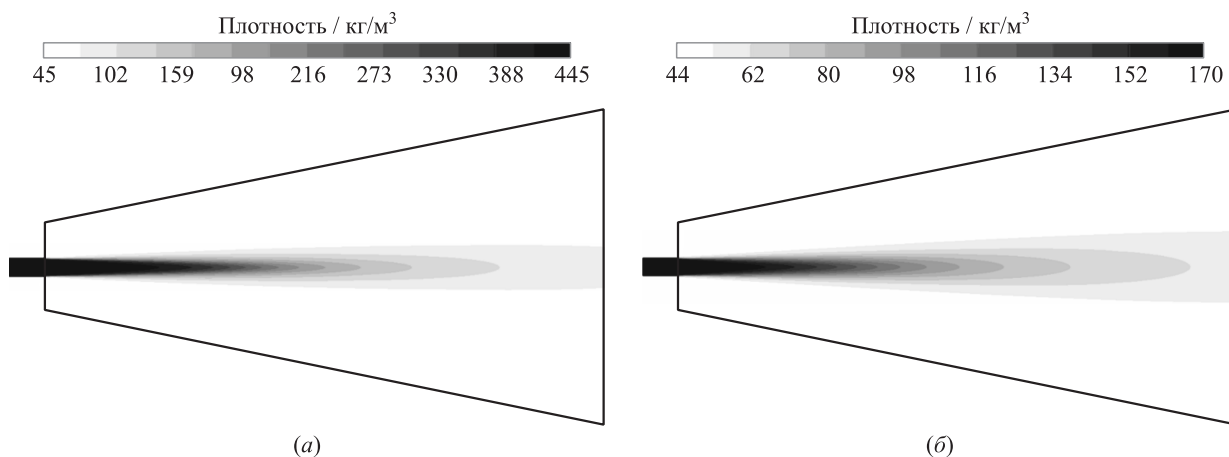


Рис. 7 Расчетные поля плотности азота в продольном сечении расчетной области, полученные для наборов условий I (а) и II (б)

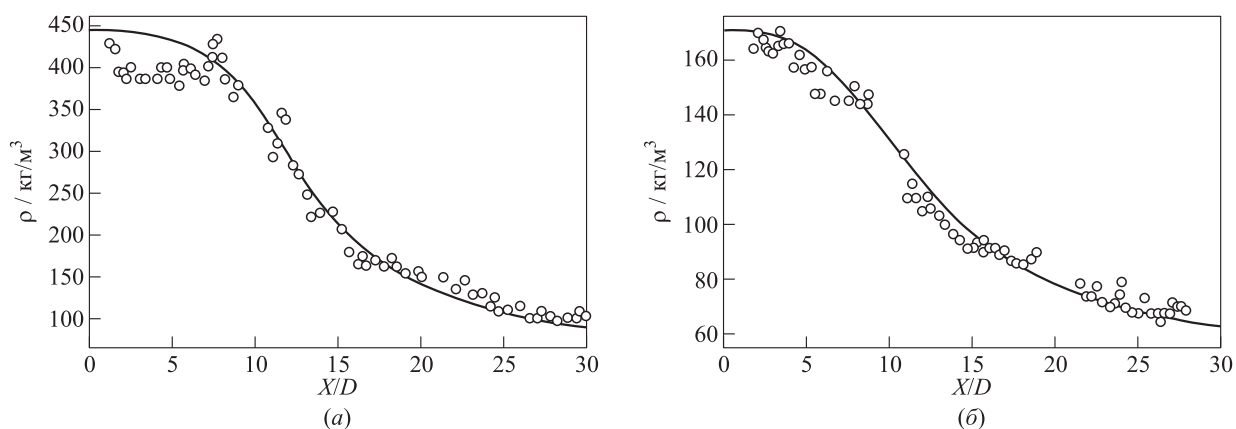


Рис. 8 Сравнение расчетных (кривые) и измеренных [3] (значки) профилей плотности азота вдоль оси симметрии струи для наборов условий I (а) и II (б)

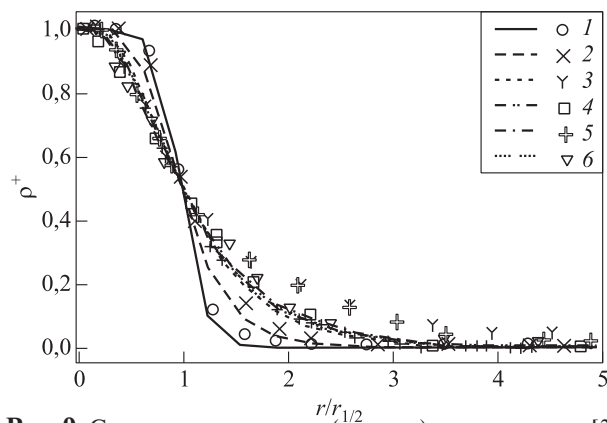


Рис. 9 Сравнение расчетных (кривые) и измеренных [3] (значки) распределений безразмерной плотности азота ρ^+ от безразмерного радиуса $r/r_{1/2}$ на разных удалениях от среза форсунки X/D для набора условий I: 1 — $x/D = 1,2$; 2 — 5; 3 — 10; 4 — 15; 5 — 20; 6 — $x/D = 25$

На рис. 7 представлены установившиеся поля плотности азота в продольном сечении расчетной области, полученные для наборов условий I и II.

На рис. 8 показано сравнение расчетных и измеренных в [3] зависимостей плотности азота от безразмерного расстояния до среза форсунки X/D вдоль оси симметрии струи для тех же наборов условий.

Наконец, на рис. 9 показано сравнение расчетных и измеренных в [3] радиальных профилей плотности азота при разных значениях X/D (от 1,2 до 25) для набора условий I. При этом в соответствии с [3] безразмерная плотность ρ^+ определена как $\rho^+ = (\rho - \rho_0)/(\rho_a - \rho_0)$, где ρ_0 — начальная плотность азота в камере, ρ_a — плотность азота на оси струи, а радиус r отнесен к радиусу $r_{1/2}$, на котором плотность азота равна среднему арифметическому значению $\rho_{1/2} = (\rho_a + \rho_0)/2$.

Из рис. 8 следует, что расчет воспроизводит установившиеся распределения плотности вдоль оси струи для обоих наборов условий, фактически, в пределах погрешности эксперимента. Что касается радиальных распределений плотности на рис. 9, то при $X/D \leq 5$, $X/D = 15$ и $X/D = 25$ расчет воспроизводит экспериментальные данные, давая значения ширины струи, близкие к измеренным. Однако при $X/D = 10$ и $X/D = 20$ расчет занижает плотность на периферии струи. Этот эффект может быть связан с наличием крупных вихрей в структуре струи, которые не разрешаются использованной моделью турбулентности.

10 Заключение

Разработано аналитическое УрС реального газа для азота, применимое в широком диапазоне плот-

ности (от 0 до значения в тройной точке) и температуры (от 100 до 5000 К), включающем однофазные состояния жидкости и газа, двухфазное состояние жидкость—газ и состояние сверхкритического флюида. Полученное УрС внедрено в газодинамическую программу для расчета многомерных турбулентных реагирующих течений.

Проведены расчеты истечения плотной затопленной турбулентной струи криогенного азота в камеру, заполненную азотом при нормальной температуре и давлении 3,98 МПа. Проведено сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными по изменению плотности вещества в струях криогенного азота начальной сверхкритической температуры (126,9 и 137 К). Получено удовлетворительное согласие результатов.

Разработанное УрС позволяет разделять области жидкости и газа по локальным мгновенным значениям плотности и температуры в струе без применения модели двухфазного течения.

Литература

1. Handbook of atomization and sprays: Theory and applications / Ed. N. Ashgriz. — New York, NY, USA: Springer, 2011. 951 p. doi: 10.1007/978-1-4419-7264-4.
2. Oswald M., Smith J. J., Branam R., Hussong J., Schik A., Chehroudi B., Talley D. Injection of fluids into supercritical environments // *Combust. Sci. Technol.*, 2006. Vol. 178. No. 1-3. P. 49–100. doi: 10.1080/00102200500292464.
3. Mayer W., Tellar J., Branam R., Schneider G., Hussong J. Raman measurement of cryogenic injection at supercritical pressure // *Heat Mass Transfer*, 2003. Vol. 39. P. 709–719.
4. Chehroudi B., Talley D. Fractal geometry of a cryogenic nitrogen round jet injected into sub- and super-critical conditions // *Atomization Spray*, 2004. Vol. 14. P. 81–91.
5. Zong N., Yang V. Cryogenic fluid jets and mixing layers in transcritical and supercritical environments // *Combust. Sci. Technol.*, 2006. Vol. 178. P. 193–227. doi: 10.1080/00102200500287613.
6. Peng D. Y., Robinson D. P. A new two-constant equation of state // *Ind. Eng. Chem. Fund.*, 1976. Vol. 15. No. 1. P. 59–64. doi: 10.1026/1160057a011.
7. Jarczyk M., Pitzner M. Large eddy simulation of supercritical nitrogen jets. AIAA Paper No. 2012-1270, 2012.
8. Ries F., Obando P., Shevchuck I., Janicka J., Sadiki A. Numerical analysis of turbulent flow dynamics and heat transport in a round jet at supercritical conditions // *Int. J. Heat Fluid Fl.*, 2017. Vol. 66. P. 172–184. doi: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2017.06.007.
9. Sierra-Pallares J., Garcia del Valle J., Garcia-Carrascal P., Castro Ruiz F. Numerical study of supercritical and transcritical injection using different turbulent Prandtl numbers: A second law analysis // *J. Supercrit. Fluid.*, 2016. Vol. 115. P. 86–98. doi: 10.1016/j.supflu.2016.05.001.

10. Фролов С. М., Кузнецов Н. М., Крюгер С. Свойства реальных газов — н-алканов, O₂, N₂, H₂O, CO, CO₂ и H₂ в условиях эксплуатации дизельного двигателя // Ж. сверхкритические флюиды: Теория и практика, 2009. Т. 4. № 3. С. 56–105; Т. 4. № 4. С. 3–60.
11. Кузнецов Н. М., Дубровский А. В., Фролов С. М. Аналитическая аппроксимация термических и калорических уравнений состояния реальных газов в широком диапазоне плотности и температуры // Сверхкритические флюиды: Теория и практика, 2011. Т. 6. № 1. С. 25–52.
12. Кузнецов Н. М., Дубровский А. В., Фролов С. М. Аналитическая аппроксимация уравнений состояния реальных газов в расширенном диапазоне давления и плотности // Горение и взрыв, 2011. Вып. 4. С. 68–74.
13. Кузнецов Н. М. Двухфазная смесь вода–пар. Уравнение состояния, скорость звука, изэнтропы // Докл. Акад. наук СССР, 1981. Т. 257. № 4. С. 858.
14. Кузнецов Н. М. Уравнение состояния и кривая фазового равновесия систем жидкость–пар // Докл. Акад. наук СССР, 1982. Т. 266. № 3. С. 613.
15. Кузнецов Н. М., Александров Е. Н., Давыдова О. Н. Аналитическое представление кривых фазового равновесия жидкость–пар для насыщенных углеводородов // Теплофизика высоких температур, 2002. Т. 40. № 3. С. 395.
16. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. — М.: Физматгиз, 1963. 708 с.
17. Span R., Lemmon E. W., Jacobsen R. T., Wagner W., Yokozeki A. A reference equation of state for the thermodynamic properties of nitrogen for temperatures from 63.151 to 1000 K and pressures to 2200 MPa // J. Phys. Chem. Ref. Data, 2000. Vol. 29. No. 6. P. 1361–1433.
18. Abudour A. M., Mohammad S. A., Robinson R. L., Jr., Gasem K. A. M. Volume-translated Peng–Robinson equation of state for saturated and single-phase liquid densities // Fluid Phase Equilib., 2012. Vol. 335. P. 74–87. doi: 10.1016/j.fluid.2012.08.013.
19. AVL FIREr — Computational Fluid Dynamics for Conventional and Alternative Powertrain Development. <https://www.avl.com/fire>.
20. Lemmon E. W., Jacobsen R. T. Viscosity and thermal conductivity equations for nitrogen, oxygen, argon, and air // Int. J. Thermophys., 2004. Vol. 25. No. 1. P. 21–69.
21. Фролов С. М., Иванов В. С., Тухватулина П. Р., Фролов Ф. С., Кузнецов Н. М., Басара Б. Расчет рабочего процесса в дизеле с уравнением состояния реального газа // Горение и взрыв, 2019. Т. 12. № 1. С. 73–83. doi: 10.30826/CE19120109.
22. Hanjalic K., Popovac M., Hadziabdic M. A robust nearwall elliptic relaxation eddy-viscosity turbulence model for CFD // Int. J. Heat Fluid Fl., 2004. Vol. 25. P. 897–901.
23. Ferziger J. H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics. — New York, NY, USA: Springer-Verlag, 1996. 370 p.
24. Sweby P. K. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws // SIAM J. Numer. Anal., 1984. Vol. 21. No. 5. P. 995. doi: 10.1137/0721062.
25. Lemmon E. W., McLinden M. O., Friend D. G. Thermophysical properties of fluid systems // NIST Chemistry WebBook, NIST Standard Reference Database Number 69 / Eds. P.J. Linstrom, W.G. Mallard. — Gaithersburg, MD, USA: National Institute of Standards and Technology. <https://doi.org/10.18434/T4D303>.

Поступила в редакцию 12.03.2020

THERMAL AND CALORIC EQUATIONS OF STATE FOR NITROGEN IN A WIDE RANGE OF DENSITY AND TEMPERATURE: APPLICATION TO CALCULATION OF CRYOGENIC JET INJECTION

N. M. Kuznetsov¹, S. N. Medvedev¹, S. M. Frolov^{1,2,3}, F. S. Frolov^{1,2}, B. Basara⁴, and K. Pachler⁴

¹N. N. Semenov Federal Research Center for Chemical Physics of the Russian Academy of Sciences, 4 Kosygin Str., Moscow 119991, Russian Federation

²Scientific Research Institute for System Analysis, Russian Academy of Sciences, 36-1 Nakhimovskii Prosp., Moscow 117218, Russian Federation

³National Research Nuclear University MEPHI (Moscow Engineering Physics Institute), 31 Kashirskoe Sh., Moscow 115409, Russian Federation

⁴AVL LIST GmbH, 1 Hanz List Pl., Graz 8020, Austria

Abstract: An analytical equation of state (EoS) of a real gas for nitrogen is developed. The applicability domain of the EoS was verified in a wide range of density (from 0 to the value at the triple point) and temperature (from 100 to 5000 K). The obtained EoS is introduced into the gasdynamic code for calculating multidimensional turbulent

reactive flows. Using the new EoS, the outflow of a dense flooded turbulent jet of cryogenic nitrogen into a chamber filled with nitrogen at normal temperature has been performed. The calculation results are compared with available experimental data on the density variation in the jet. Satisfactory agreement was obtained between the results. The developed EoS makes it possible to separate the regions with liquid and gas states in the jet flow based on the local instantaneous values of density and temperature in the jet without using a two-phase flow model.

Keywords: nitrogen; real gas; wide range equation of state; triple point; cryogenic jet; density distribution

DOI: 10.30826/CE20130213

Figure Captions

Figure 1 Comparison of calculation results using Eq. (5) (curve) with tabulated data [17] (symbols) on the saturation line of nitrogen

Figure 2 Comparison of the saturation line for nitrogen $P_S(\rho)$ calculated based on Eqs. (18) (curve) with tabulated data [17] (symbols): 1 – gas; and 2 – liquid

Figure 3 Comparison of the self-similar dependence (21) (curve) with the tabulated values (symbols) on different isotherms: 1 – $T = 300$ K; 2 – 400; 3 – 500; 4 – 600; 5 – 700; and 6 – $T = 800$ K

Figure 4 Comparison of calculated (curves) and tabulated [17] (symbols) dependences of the nitrogen specific heat C_v on density in the domain of supercritical fluid on different isotherms: 1 – $T = 300$ K; 2 – 400; 3 – 800; 4 – 1000; and 5 – $T = 1200$ K

Figure 5 Schematic of the computational domain: (a) side view; and (b) exploded view from the nitrogen injector channel

Figure 6 Comparison of the calculated (1) dependences $C_p(T)$ (a), $\rho(T)$ (b), $E(T)$ (c), $\eta(T)$ (d), and $\lambda(T)$ (e) with data [25] (2) for nitrogen on isobar 3.98 MPa

Figure 7 Calculated fields of nitrogen density in the longitudinal cross section of the computational domain obtained for sets of initial conditions I (a) and II (b)

Figure 8 Comparison of calculated (curves) and measured [3] (symbols) profiles of nitrogen density along the spray axis for sets of initial conditions I (a) and II (b)

Figure 9 Comparison of calculated (curves) and measured [3] (symbols) distributions of reduced nitrogen density ρ^+ on the reduced radius $r/r_{1/2}$ at different distances from the injector nozzle X/D for the set of conditions I: 1 – $x/D = 1.2$; 2 – 5; 3 – 10; 4 – 15; 5 – 20; and 6 – $x/D = 25$

Table Captions

Table 1 Values of coefficients in Eqs. (8) and (9)

Table 2 Polynomial coefficients in Eqs. (18) for approximation of nitrogen pressure on the saturation line

Table 3 Values of coefficients in Eqs. (19)–(21)

Acknowledgments

This work was supported by the subsidy given to the N.N. Semenov Federal Research Center for Chemical Physics of the Russian Academy of Sciences to implement the state assignment on the topic No. 0082-2016-0011 (Registration No. AAAA-A17-117040610346-5) and to the Scientific Research Institute for System Analysis to implement the state assignment on the topic No. 0065-2019-0005 (Registration No. AAAA-A19-119011590092-6).

References

- Ashgriz, N., ed. 2011. *Handbook of atomization and sprays: Theory and applications*. New York, NY: Springer. 951 p. doi: 10.1007/978-1-4419-7264-4.
- Oschwald, M., J.J. Smith, R. Branam, J. Hussong, A. Schik, B. Chehroudi, and D. Talley. 2006. Injection of fluids into supercritical environments. *Combust. Sci. Technol.* 178(1-3):49–100. doi: 10.1080/00102200500292464.
- Mayer, W., J. Tellar, R. Branam, G. Schneider, and J. Hussong. 2003. Raman measurement of cryogenic injection at supercritical pressure. *Heat Mass Transfer* 39:709–719.
- Chehroudi, B., and D. Talley. 2004. Fractal geometry of a cryogenic nitrogen round jet injected into sub- and

- super-critical conditions. *Atomization Spray*. 14:81–91.
5. Zong, N., and V. Yang. 2006. Cryogenic fluid jets and mixing layers in transcritical and supercritical environments. *Combust. Sci. Technol.* 178:193–227. doi: 10.1080/00102200500287613.
 6. Peng, D. Y., and D. P. Robinson. 1976. A new two-constant equation of state. *Ind. Eng. Chem. Fund.* 15(1):59–64. doi: 10.1026/1160057a011.
 7. Jarczyk, M., and M. Pitznery. 2012. Large eddy simulation of supercritical nitrogen jets. AIAA Paper No. 2012-1270.
 8. Ries, F., P. Obando, I. Shevchuck, J. Janicka, and A. Sadiki. 2017. Numerical analysis of turbulent flow dynamics and heat transport in a round jet at supercritical conditions. *Int. J. Heat Fluid Fl.* 66:172–184. doi: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2017.06.007.
 9. Sierra-Pallares, J., J. Garcia del Valle, P. Garcia-Carrascal, and F. Castro Ruiz. 2016. Numerical study of supercritical and transcritical injection using different turbulent Prandtl numbers: A second law analysis. *J. Supercrit. Fluid.* 115:86–98. doi: 10.1016/j.supflu.2016.05.001.
 10. Frolov, S. M., N. M. Kuznetsov, and C. Krueger. 2009. Real-gas properties of *n*-alkanes, O₂, N₂, H₂O, CO, CO₂, and H₂ for Diesel engine operation conditions. *Russ. J. Phys. Chem. B* 3(8):1191–1252. doi: 10.1134/S1990793109080090.
 11. Kuznetsov, N. M., A. V. Dubrovsky, and S. M. Frolov. 2011. Analytical approximation of the thermal and caloric equations of state for real gases over a wide density and temperature range. *Russ. J. Phys. Chem. B* 5(7):1084–1105.
 12. Kuznetsov, N. M., A. V. Dubrovskii, and S. M. Frolov. 2011. Analiticheskaya approksimatsiya uravneniy sostoyaniya real'nykh gazov v rasshirennom diapazone davleniya i plotnosti [Analytical approximation of equations of state for real gases in an extended range of pressure and density. *Goren. Vzryv (Mosk.) — Combustion and Explosion* 4:68–74.
 13. Kuznetsov, N. M. 1981. Dvukhfaznaya smes' voda–par. Uravnenie sostoyaniya, skorost' zvuka, izentropy [Two-phase “water-steam” mixture. Equation of state, sound velocity, isentropes]. *Dokl. Akad. Nauk* 257(4):858.
 14. Kuznetsov, N. M. 1982. Uravnenie sostoyaniya i krivaya fazovogo ravnovesiya system zhidkost'–par [Equation of state and the phase equilibrium curve for liquid–vapor systems]. *Dokl. Akad. Nauk* 266(3):613.
 15. Kuznetsov, N. M., E. N. Aleksandrov, and O. N. Davydova. 2002. Analytical representation of the curves of liquid–vapor phase equilibrium for saturated hydrocarbons. *High Temp.* 40(3):359–363.
 16. Vargaftik, N. B. 1963. *Spravochnik po teplofizicheskim svoystvam gazov i zhidkostey* [Text-book on thermophysical properties of gases and liquids]. Moscow: Fizmatgiz. 708 p.
 17. Span, R., E. W. Lemmon, R. T. Jacobsen, W. Wagner, and A. Yokozeki. 2000. A reference equation of state for the thermodynamic properties of nitrogen for temperatures from 63.151 to 1000 K and pressures to 2200 MPa. *J. Phys. Chem. Ref. Data* 29(6):1361–1433.
 18. Abudour, A. M., S. A. Mohammad, R. L. Robinson, Jr., and K. A. M. Gasem. 2012. Volume-translated Peng–Robinson equation of state for saturated and single-phase liquid densities. *Fluid Phase Equilib.* 335:74–87. doi: 10.1016/j.fluid.2012.08.013.
 19. AVL FIREr — Computational Fluid Dynamics for Conventional and Alternative Powertrain Development. Available at: <https://www.avl.com/fire> (accessed February 4, 2019).
 20. Lemmon, E. W., and R. T. Jacobsen. 2004. Viscosity and thermal conductivity equations for nitrogen, oxygen, argon, and air. *Int. J. Thermophys.* 25(1):21–69.
 21. Frolov, S. M., V. S. Ivanov, R. R. Tukhvatullina, F. S. Frolov, N. M. Kuznetsov, and B. Basara. 2019. Raschet rabocheho protsessa v dizele s uravneniem sostoyaniya real'nogo gaza [Numerical simulation of the operation process in a diesel engine with the real-gas equation of state]. *Goren. Vzryv (Mosk.) — Combustion and Explosion* 12(1):73–83. doi: 10.30826/CE19120109.
 22. Hanjalic, K., M. Popovac, and M. Hadziabdic. 2004. A robust nearwall elliptic relaxation eddy-viscosity turbulence model for CFD. *Int. J. Heat Fluid Fl.* 25:897–901.
 23. Ferziger, J. H., and M. Peric. 1996. *Computational methods for fluid dynamics*. New York, NY: Springer-Verlag. 370 p.
 24. Sweby, P. K. 1984. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. *SIAM J. Numer. Anal.* 21(5):995. doi: 10.1137/0721062.
 25. Lemmon, E. W., M. O. McLinden, and D. G. Friend. Thermophysical properties of fluid systems. *NIST Chemistry WebBook, NIST Standard Reference Database Number 69*. Eds. P. J. Linstrom and W. G. Mallard. Gaithersburg, MD: National Institute of Standards and Technology. Available at: <https://doi.org/10.18434/T4D303> (accessed July 3, 2020).

Received March 12, 2020

Contributors

Kuznetsov Nikolay M. (b. 1929) — Doctor of Science in physics and mathematics, professor, chief research scientist, N. N. Semenov Federal Research Center for Chemical Physics of the Russian Academy of Sciences, 4 Kosygin Str., Moscow 119991, Russian Federation; N-M-Kuznetsov@yandex.ru

Medvedev Sergey N. (b. 1986) — Candidate of Science in physics and mathematics, senior research scientist, N. N. Semenov Federal Research Center for Chemical Physics of the Russian Academy of Sciences, 4 Kosygin Str., Moscow 119991, Russian Federation; medvsn@gmail.com

Frolov Sergey M. (b. 1959) — Doctor of Science in physics and mathematics, head of department, head of laboratory, N. N. Semenov Federal Research Center for Chemical Physics of the Russian Academy of Sciences, 4 Kosygin Str., Moscow 119991, Russian Federation; professor, National Research Nuclear University MPhI (Moscow Engineering Physics Institute), 31 Kashirskoe Sh., Moscow 115409, Russian Federation; senior research scientist, Scientific Research Institute for System Analysis, Russian Academy of Sciences, 36-1 Nakhimovskii Prosp., Moscow 117218, Russian Federation; smfrol@chph.ras.ru

Frolov Fedor S. (b. 1981) — Candidate of Science in physics and mathematics, senior research scientist, N. N. Semenov Federal Research Center for Chemical Physics of the Russian Academy of Sciences, 4 Kosygin Str., Moscow 119991, Russian Federation; research scientist, Scientific Research Institute for System Analysis, Russian Academy of Sciences, 36-1 Nakhimovskii Prosp., Moscow 117218, Russian Federation; f.frolov@chph.ru

Basara Branislav (b. 1964) — PhD, Doctor hab., chief developer, AVL LIST GmbH, 1 Hanz List Pl., Graz 8020, Austria; branislav.basara@avl.com

Pachler Klaus (b. 1960) — PhD, Doctor hab., project manager, AVL LIST GmbH, 1 Hanz List Pl., Graz 8020, Austria; Klaus.pachler@avl.com