

## НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ТЕПЛООБМЕН МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ С ГАЗОМ\*

© 2006 г. К. А. Авдеев<sup>1</sup>, Ф. С. Фролов<sup>2</sup>, С. М. Фролов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Тульский государственный университет, Тула

<sup>2</sup>Институт химической физики им. Н.Н. Семенова Российской академии наук, Москва

Поступила в редакцию 23.03.2006

Предложена новая модель теплообмена твердой частицы с газом, которая учитывает нестационарный характер процесса и неоднородное распределение температуры внутри частицы. Расчеты по новой модели хорошо согласуются с результатами численного решения полной сопряженной задачи. Обсуждается применение новой модели к задаче о воспламенении частиц металлов в окислительной атмосфере.

### ВВЕДЕНИЕ

Задачи о прогреве, воспламенении и горении твердых частиц горючих материалов в потоке газообразного окислителя имеют важное значение для многих приложений, включая аэрокосмическую технику, энергетику и химическую технологию [1]. В современных вычислительных газодинамических пакетах используют простейшие стандартные модели теплообмена между твердыми частицами и окислительным газом, основанные на законе теплоотдачи Ньютона [2], и модели воспламенения и горения частиц, основанные на макрокинетических уравнениях аррениусовского типа [3, 4]. Многие допущения, принимаемые в стандартных моделях, не всегда обоснованы.

Например, известно, что закон теплоотдачи Ньютона справедлив лишь для установившихся течений [5]. Последствия его применения к нестационарным задачам теплового взрыва, а также к задачам прогрева и воспламенения частиц не исследованы. Кроме того, в стандартных моделях прогрева и воспламенения частиц в законе Ньютона используют среднюю температуру частиц, а не температуру их поверхности. Следовательно, теплопроводность материала частицы считают бесконечной, что не всегда оправдано. Для расчета конвективной теплоотдачи между газом и частицей применяют эмпирические зависимости типа соотношения Ранца–Маршалла [6], которые также получены в условиях установившегося течения. Возможность применения таких соотношений к задачам нестационарного обтекания частиц также не исследована. Что касается макрокинетических законов воспламенения частиц, то они, как правило, выводятся из сопоставления расчетных и измеренных задержек самовоспламенения образцов исследуемых материалов. При этом искомые макрокинетические параметры (предэкспоненциальные множители и энергии актива-

ции) получают из условия наилучшего согласия расчетов по стандартной модели с измеренными задержками воспламенения [7]. По указанным выше причинам полученные таким образом значения макрокинетических параметров могут быть ошибочными.

В литературе имеется множество примеров, когда значения макрокинетических параметров, полученные для вполне определенных условий (воспламенение относительно крупных образцов горючих материалов кубической или цилиндрической формы и др.), применяются в расчетах для совсем других условий (мелкие частицы сферической или чешуйчатой формы, тонкие волокна и др.). В связи с этим необходимо иметь модель прогрева твердых частиц, которая бы учитывала нестационарный теплообмен с газом и конечную теплопроводность материала. Такая модель позволила бы более точно описывать закономерности воспламенения и горения твердых частиц в потоке окислительного газа.

Цель работы состояла в определении поправок в закон теплоотдачи Ньютона, позволяющих учесть нестационарный характер теплообмена на твердых частиц с газом и неоднородное распределение температуры внутри частиц, а также в оценке влияния этих факторов на условия воспламенения частиц.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

#### *Стандартная модель*

Стандартная модель прогрева сферической твердой частицы в покоящейся газе основана на уравнении теплового баланса [1]:

$$cm \frac{dT}{dt} = \alpha S (T_{g\infty} - \bar{T}) \quad (1)$$

с начальным условием

$$\bar{T}(0) = T_0, \quad (2)$$

где  $t$  – время,  $\bar{T}$  – средняя температура частицы,  $T_{g\infty}$  – температура окружающего газа,  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи,  $S = 4\pi R^2$  – площадь поверхности частицы,  $m = (4/3)\pi\rho R^3$  – масса частицы,  $c$  – теплоемкость материала частицы,  $\rho$  – плотность материала частицы и  $R$  – радиус частицы. В дальнейшем индекс 0 будет относиться к начальным параметрам, а индекс  $g$  – к параметрам газа. Коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  определяется из условия  $Nu = 2$ , т.е.  $\alpha = \lambda_g/R$ , где  $Nu$  – число Нуссельта, а  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности. Коэффициент  $\lambda_g$  обычно определяют при некоторой реперной температуре, например,  $(\bar{T} + T_{g\infty})/2$ .

Чтобы записать (1) и (2) в безразмерной форме, в качестве масштабов времени и температуры выберем величины  $R^2/a$  ( $a = \lambda/(\rho c)$  – коэффициент температуропроводности материала частицы) и  $T_0$ . Тогда (1) и (2) примут вид:

$$\frac{d\bar{\Theta}}{dFo} = 3Bi[\Theta_{g\infty} - \bar{\Theta}]; \quad \bar{\Theta}(0) = 1, \quad (3)$$

где  $\bar{\Theta} = \bar{T}/T_0$  – безразмерная средняя температура частицы,  $\Theta_{g\infty} = T_{g\infty}/T_0$  – безразмерная температура газа на большом удалении от частицы,  $Fo = at/R^2$  – число Фурье и  $Bi = \alpha R/\lambda$  – число Био. Из (3) следует, что решение задачи по стандартной модели зависит от двух параметров:  $Bi$  и  $\Theta_{g\infty}$ .

### Новая модель

Закон теплоотдачи Ньютона, используемый в (1) и (2), применим только к установившимся течениям [5]. В условиях неустановившегося течения коэффициент  $\alpha$  является функцией времени, т.е.  $\alpha = \alpha_{ef} = \alpha(t)$ . Более того, в (1) предполагается, что средняя температура  $\bar{T}$  равна температуре поверхности частицы  $T_i$ , что, вообще говоря, неверно, особенно на начальной стадии прогрева частицы. В этой связи более правильна следующая запись уравнения (1):

$$cm \frac{d\bar{T}}{dt} = \alpha_{ef} S (T_{g\infty} - T_i). \quad (4)$$

Начальное условие (2) остается справедливым и для (4). Для замыкания задачи необходимо определить  $\alpha_{ef}$  и  $T_i$  как функции времени  $t$ , средней температуры частицы  $\bar{T}$  и теплофизических параметров задачи.

В безразмерном виде (4) примет вид:

$$\frac{d\bar{\Theta}}{dFo} = 3Bi_{ef}[\Theta_{g\infty} - \Theta_i]; \quad \bar{\Theta}(0) = 1, \quad (5)$$

где  $\Theta_i = T_i/T_0$  – безразмерная температура поверхности частицы и  $Bi_{ef} = \alpha_{ef}R/\lambda$  – эффективное число Био.

Приближенное соотношение для коэффициента  $\alpha_{ef}$ , входящего в  $Bi_{ef}$ , можно получить, используя аналитическое решение задачи о нестационарном кондуктивном теплообмене между телом сферической формы и окружающим газом при постоянной температуре тела ( $\bar{T} = T_i = \text{const}$ ) [8]:

$$\alpha_{ef} \approx \lambda_{ef} R^{-1} = \lambda_g \left( 1 + \sqrt{\frac{R^2}{\pi \alpha_g t}} \right) R^{-1}, \quad (6)$$

где  $a_g = \lambda_g/\rho_g c_p$  – коэффициент температуропроводности газа, а  $c_p$  – удельная теплоемкость газа при постоянном давлении. Соотношение (6) получено из сравнения двух выражений для теплового потока: закона Ньютона

$$q = \alpha_{ef}(T_{g\infty} - T_i)$$

и аналитического решения

$$q = \frac{\lambda_g(T_{g\infty} - T_i)}{R} \left( 1 + \frac{R}{\sqrt{\pi \alpha_g t}} \right).$$

Из (6) следует, что

$$Bi_{ef} = Bi \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{\beta Fo}} \right), \quad (7)$$

где  $\beta = a_g/a$ .

Чтобы определить безразмерную температуру поверхности частицы  $\Theta_i$ , входящую в (5), предположили, что температура  $\Theta_i$  связана со средней температурой частицы  $\bar{\Theta}$  зависимостью в виде полинома степени  $n$ :

$$\Theta_i = \sum_{j=0}^n b_j \bar{\Theta}^j, \quad (8)$$

где  $b_j$  – коэффициенты полинома. Из (5)–(8) следует, что в этом случае решение задачи по новой модели зависит от трех параметров:  $Bi$ ,  $\beta$  и  $\Theta_{g\infty}$ . Чтобы определить  $n$  и  $b_j$ , сформулировали и решили полную задачу о нестационарном кондуктивном теплообмене сферической твердой частицы с окружающим газом.

### Полная модель

Полная модель основана на двух сопряженных дифференциальных уравнениях теплопроводности в газе и в твердой частице:

$$\frac{\partial T_g}{\partial t} - a_g \frac{\partial^2 T_g}{\partial r^2} - \left( \frac{2a_g}{r} \right) \frac{\partial T_g}{\partial r} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - a \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} - \left(\frac{2a}{r}\right) \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (10)$$

удовлетворяющих начальным условиям

$$t = 0: T_g = T_{g\infty}; \quad T = T_0 \quad (11)$$

и граничным условиям

$$r = 0: \frac{\partial T}{\partial r} = 0; \quad r = R: T = T_g = T_i, \quad (12)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial r}; \quad r \rightarrow \infty: \frac{\partial T_g}{\partial r} = 0,$$

где  $r$  – радиальная координата. В безразмерном виде полная модель формулируется так:

$$\beta^{-1} \frac{\partial \Theta_g}{\partial Fo} - \frac{\partial^2 \Theta_g}{\partial \xi^2} - \frac{2}{\xi} \frac{\partial \Theta_g}{\partial \xi} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial Fo} - \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} - \frac{2}{\xi} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = 0,$$

$$Fo = 0: \Theta_g = \Theta_{g\infty}; \quad \Theta = 1, \quad (14)$$

$$\xi = 0: \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = 0; \quad \xi = 1: \Theta = \Theta_g = \Theta_i, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = Bi \frac{\partial \Theta_g}{\partial \xi}; \quad \xi \rightarrow \infty: \frac{\partial \Theta_g}{\partial \xi} = 0,$$

где  $\xi = r/R$ . Из (13)–(15) следует, что решение полной задачи зависит от тех же трех параметров, что и решение по новой модели:  $Bi$ ,  $\beta$  и  $\Theta_{g\infty}$ . Напомним, что решение по стандартной модели определяется лишь двумя параметрами:  $Bi$  и  $\Theta_{g\infty}$ .

Систему уравнений (13) с начальными и граничными условиями (14) и (15) решали численно неявным методом, используя конечно-разностную аппроксимацию и процедуру, описанную в [9].

Численное решение задачи позволило оценить  $n$  и  $b_j$  в (8). Для определенности решали задачу о кондуктивном теплообмене частиц стекла, стали и серебра диаметром 70 мкм с воздухом при разных начальных условиях, обеспечивающих широкий диапазон изменения параметров  $Bi$ ,  $\beta$  и  $\Theta_{g\infty}$ . Расчеты показали, что для достижения удовлетворительной точности аппроксимации (8) достаточно использовать полином третьего порядка ( $n = 3$ ). Например, для частиц стекла, стали и серебра, помещенных в горячий воздух при нормальном давлении, относительное отклонение (8) от численного решения задачи (13)–(15) не превышало  $\epsilon_{max} \approx 0.5\text{--}2.6\%$  вплоть до средних температур  $\bar{\Theta} = 4.3$  ( $\bar{T} \approx 1250$  К). Относительное отклонение  $\epsilon$  определяли по формуле

$$\epsilon = \left(1 - \frac{\bar{\Theta}}{\bar{\Theta}_D}\right) \cdot 100\%, \quad (16)$$

Таблица 1. Рекомендуемые значения  $n$  и  $b_j$  для полинома (8)

$n$	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$
3	0.0469521	0.931	0.03682	-6.129e-3

где индекс  $D$  здесь и далее относится к полной модели. Рекомендуемые значения коэффициентов полинома  $b_j$  в (8) приведены в табл. 1.

### Проверка полной модели

Результаты расчетов по полной модели (13)–(15) сравнили с известным аналитическим решением для теплообмена твердой сферической частицы с изотермической внешней средой [10]. Аналитическое решение для температуры поверхности частицы ( $\xi = 1$ ) и температуры в центре частицы ( $\xi = 0$ ) дается соотношением:

$$\Theta(\xi, Fo) = 1 + \left\{ 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_n \frac{\sin \xi}{\xi \mu_n} e^{-\mu_n^2 \cdot Fo} \right] \right\} (\Theta_{g\infty} - 1). \quad (17)$$

Аналитическое решение для средней температуры частицы имеет вид:

$$\bar{\Theta}(Fo) = 3 \int_0^1 \xi^2 \Theta(\xi, Fo) d\xi = 1 + \left\{ 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{3 Bi^2}{(\mu_n^2 + Bi^2 - Bi) \mu_n^2} e^{-\mu_n^2 \cdot Fo} \right] \right\} (\Theta_{g\infty} - 1), \quad (18)$$

где  $\mu_n$  – корни уравнения

$$\text{tg } \mu_n = -\frac{\mu_n}{Bi - 1}$$

и

$$A_n = \frac{2(\sin \mu_n - \mu_n \cos \mu_n)}{\mu_n - \sin \mu_n \cos \mu_n}.$$

В табл. 2 приведены максимальные относительные отклонения  $\epsilon_{max}$  численного решения задачи от аналитических решений (17) и (18) для  $\bar{\Theta}$ ,  $\Theta_i$  и  $\Theta_c$  (индекс  $c$  относится к центру частицы) для частиц стекла и стали диаметром 70 мкм. Кроме того, в табл. 2 приведены значения чисел Фурье  $Fo_{\epsilon_{max}}$ , при которых  $\epsilon = \epsilon_{max}$ . Видно, что максимальные отклонения тем больше, чем выше температура окружающей среды  $\Theta_{g\infty}$ , а их значения не превышают 0.6% при использовании расчетной сетки с количеством узлов  $N = 70$  внутри частицы. Как и ожидалось, отклонение результатов численного и аналитического решений

Таблица 2. Максимальные отклонения  $\varepsilon_{max}$  численного и аналитического решений задачи о теплообмене сферических частиц стекла и стали диаметром 70 мкм с воздухом в зависимости от количества узлов расчетной сетки внутри частицы  $N$  и безразмерной температуры воздуха  $\Theta_{g\infty}$

Материал частицы	$\Theta_{g\infty}$	$\bar{\Theta}$		$\Theta_i$		$\Theta_c$	
		$\varepsilon_{max}, \%$	$Fo_{\varepsilon_{max}}$	$\varepsilon_{max}, \%$	$Fo_{\varepsilon_{max}}$	$\varepsilon_{max}, \%$	$Fo_{\varepsilon_{max}}$
Стекло $N = 70$	1.2388	0.064	7.475	0.066	7.200	0.063	8.150
	3.6607	0.544	1.725	0.532	1.825	0.588	1.725
Стекло $N = 700$	3.6607	0.056	1.902	0.055	1.815	0.060	1.788
Сталь $N = 70$	1.2388	0.042	200	0.041	200.0	0.042	200.0
	4.3089	0.302	103	0.303	103.0	0.301	103.0

уменьшается с увеличением количества узлов в частице.

Чтобы учесть термическое расширение частиц вследствие нестационарного нагрева, уравнения (13) также интегрировали с учетом зависимости плотности материала частиц от температуры, считая коэффициент теплопроводности  $\lambda$  и удельную теплоемкость  $c$  постоянными. Для частиц стали возникающие максимальные отклонения в температуре поверхности не превышали 0.15% при использовании расчетной сетки с  $N = 70$ . Такие отклонения находятся в пределах отклонений, указанных в табл. 2. Поэтому для упрощения дальнейших расчетов термическое расширение материала частиц не учитывали.

### РЕЗУЛЬТАТЫ СРАВНИТЕЛЬНЫХ РАСЧЕТОВ

Провели серию сравнительных расчетов с использованием стандартной, новой и полной моделей. В табл. 3 приведен список материалов частиц, для которых проводились расчеты, а также приведены значения определяющих теплофизических параметров, используемых в расчетах. Для определенности расчеты проводили для частиц диаметром 70 мкм и следили за динамикой из-

Таблица 3. Теплофизические свойства материалов частиц

Материал частиц	$\lambda$ , Вт/(м · К)	$c$ , Дж/(кг · К)	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
Стекло (при 293.15 К)	0.744	670	2500
Сталь (при 293.15 К)	45.0	461	7900
Серебро (при 273.15 К)	458.0	234	10500
Ртуть (при 273.15 К)	7.9	138	13600

менения средней температуры частиц  $\bar{\Theta}$  вследствие их теплообмена с горячим воздухом с постоянной температурой  $\Theta_{g\infty}$  при атмосферном давлении. В табл. 4 приведены результаты расчетов в виде максимальных относительных отклонений  $\varepsilon_{max}$  решений для  $\bar{\Theta}$  по стандартной и новой моделям от решений по полной модели,  $\bar{\Theta}_D$ . На рис. 1, 2 и 3 приведены соответствующие решения для средней температуры частиц.

Для удобства в табл. 4 приведены размерные значения соответствующих температур. Из табл. 4 и из рис. 1, 2 и 3 следует, что расчеты средней температуры по новой модели согласуются с расчетами по полной модели значительно лучше, чем расчеты по стандартной модели.

Чтобы продемонстрировать применимость новой модели к частицам разных материалов (разные значения параметров  $Bi$  и  $\beta$ ), ее применили для расчета нестационарного кондуктивного теплообмена частиц алюминия, магния и бора с горячим воздухом при нормальном давлении (разные значения  $\Theta_{g\infty}$ ) при тех же значениях  $n$  и  $b_j$  в (8). Частицы этих материалов используются в ракетных топливах в качестве активных добавок. В табл. 5 представлены теплофизические свойства указанных материалов. В табл. 6 приведены результаты расчетов в виде максимальных относительных отклонений  $\varepsilon_{max}$  решений для  $\bar{\Theta}$  по стандартной и новой моделям от решений по полной модели,  $\bar{\Theta}_D$ . На рис. 4, 5 и 6 приведены соответствующие решения для средней температуры частиц. Начальный диаметр частиц был принят равным 70 мкм.

Сравнение результатов расчетов по полной, стандартной и новой моделям теплообмена частиц алюминия, магния и бора с воздухом показывает, что во всех случаях новая модель значительно лучше согласуется с полной моделью, чем стандартная. Максимальные относительные отклонения результатов расчетов по новой модели

Таблица 4. Результаты расчетов для сферических частиц стекла, стали, серебра и ртути при  $T_0 = 293.15$  К

Материал частиц	$\Theta_{g\infty}, (T_{g\infty}, \text{K})$	$\epsilon_{max}, \%$		$\bar{T}, \text{K}$	
		новая	стандартная	новая/полная	стандартная/полная
Стекло	1.2388 (363.15)	0.473	-0.564	360.79/362.50	334.79/332.91
	2.2622 (663.15)	-1.120	-7.100	341.93/338.19	462.01/431.38
	3.2855 (963.15)	-1.790	-15.320	320.76/315.14	552.37/478.96
	3.6607 (1073.15)	-2.015	-18.340	315.64/309.43	589.84/498.37
Сталь	1.2388 (363.15)	-0.069	-0.380	307.48/307.26	315.64/314.45
	2.2622 (663.15)	-0.580	-7.200	363.81/361.71	451.18/420.87
	3.2855 (963.15)	-0.574	-15.700	329.70/327.92	561.38/485.20
	4.3089 (1263.15)	-2.014	-23.730	706.85/721.37	645.01/521.30
Серебро	1.2388 (363.15)	-0.044	0.045	295.96/295.83	294.30/294.43
	2.2622 (663.15)	-0.460	-1.450	308.69/307.28	311.72/307.28
	3.2855 (963.15)	-0.740	-4.890	321.78/319.42	335.03/319.42
	4.2066 (1233.15)	-0.800	-9.140	328.00/325.39	361.52/331.24
Ртуть	1.2388 (363.15)	0.264	-0.473	354.24/355.18	335.52/333.95
	1.5799 (463.15)	-0.600	-2.150	365.54/363.37	380.37/372.38
	1.9210 (563.15)	-0.870	-4.470	394.75/391.36	419.94/401.95
	2.2622 (663.15)	-0.980	-7.129	401.28/397.37	457.80/427.34

от результатов расчетов по полной модели не превышают 1–3%, тогда как для стандартной модели величина  $\epsilon_{max}$  достигает значений 30%. Наибольшие отклонения достигаются при более высоких температурах воздуха.

### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Анализ результатов расчетов по трем моделям теплообмена твердых частиц с газом позволяет сделать ряд важных выводов применительно к

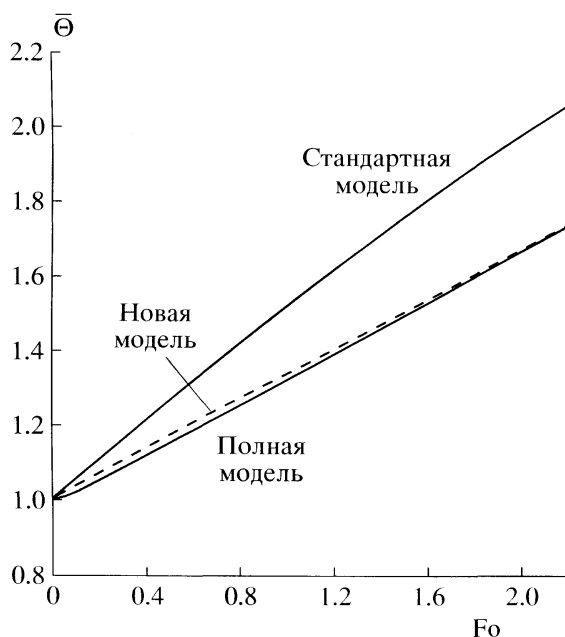


Рис. 1. Расчетные зависимости безразмерной средней температуры сферических частиц стекла от безразмерного времени при температуре воздуха  $\Theta_{g\infty} = 3.66$  ( $T_{g\infty} = 1073$  К).

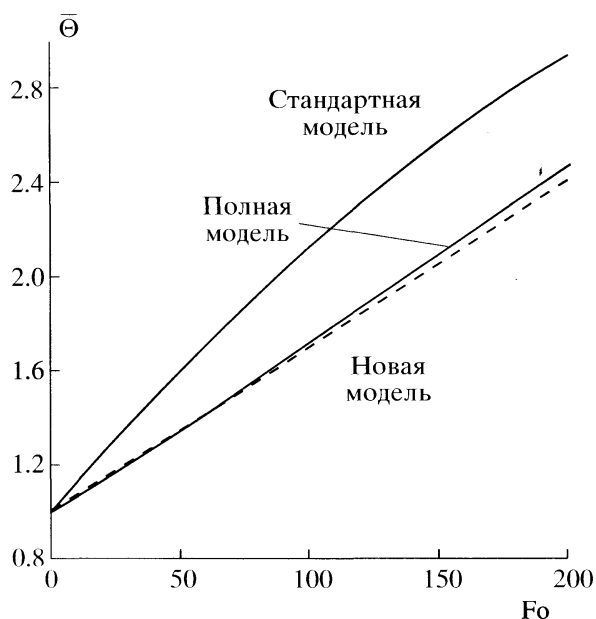


Рис. 2. Расчетные зависимости безразмерной средней температуры сферических частиц стали от безразмерного времени при температуре воздуха  $\Theta_{g\infty} = 4.31$  ( $T_{g\infty} = 1263$  К).

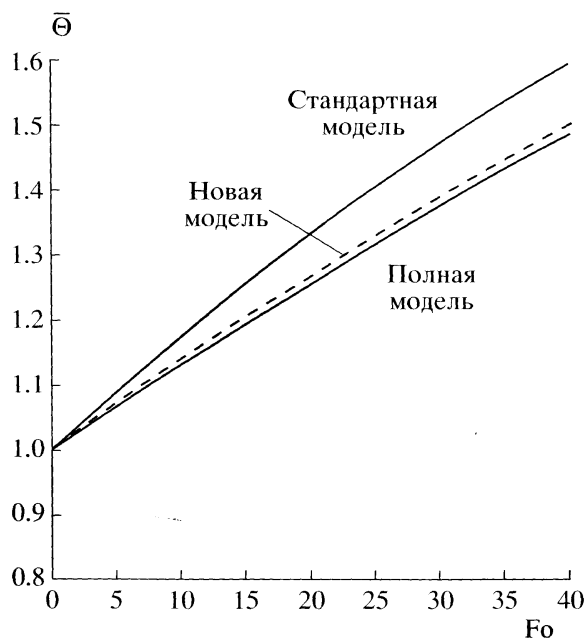


Рис. 3. Расчетные зависимости безразмерной средней температуры сферических частиц ртути от безразмерного времени при температуре воздуха  $\Theta_{g\infty} = 2.26$  ( $T_{g\infty} = 663$  К).

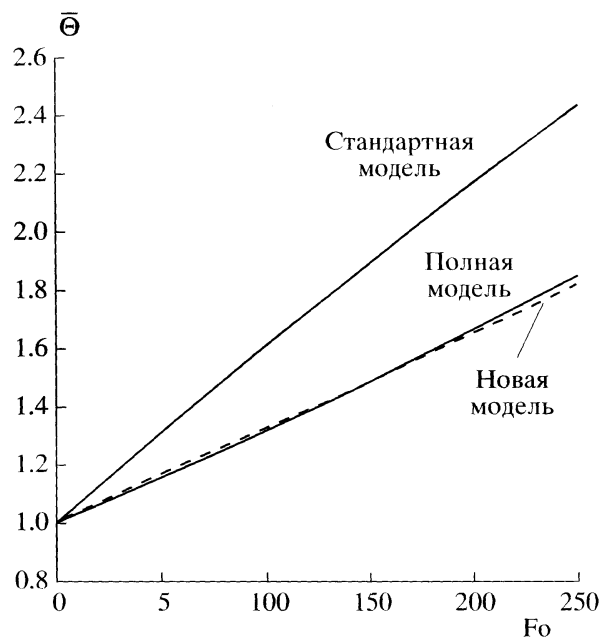


Рис. 4. Расчетные зависимости безразмерной средней температуры сферических частиц магния от безразмерного времени при температуре воздуха  $\Theta_{g\infty} = 5.46$  ( $T_{g\infty} = 1600$  К).

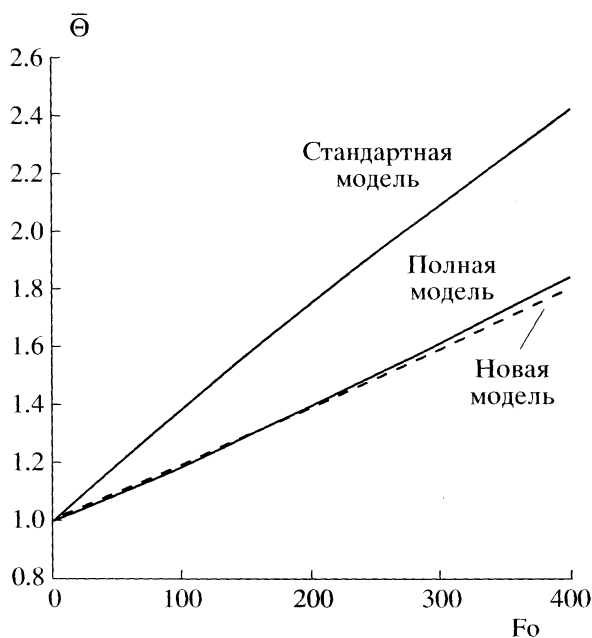


Рис. 5. Расчетные зависимости безразмерной средней температуры сферической частицы алюминия при температуре воздуха  $\Theta_{g\infty} = 5.46$  ( $T_{g\infty} = 1600$  К).

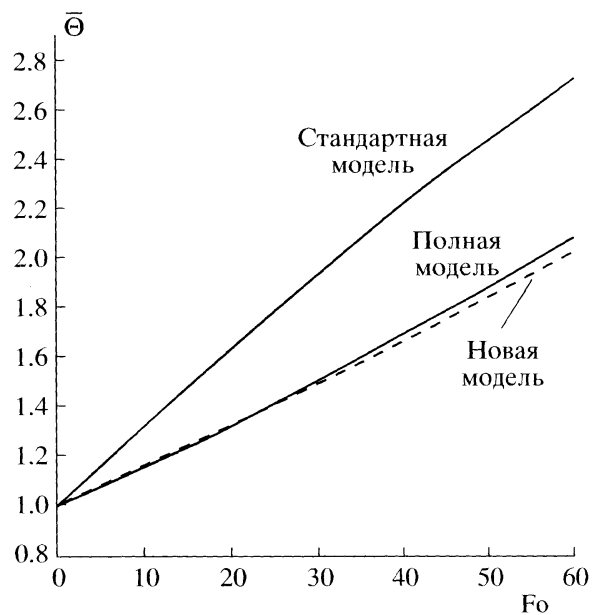


Рис. 6. Расчетные зависимости безразмерной средней температуры сферической частицы бора при температуре воздуха  $\Theta_{g\infty} = 5.46$  ( $T_{g\infty} = 1600$  К).

проблеме воспламенения частиц металлов в атмосфере газообразного окислителя. Например, для частицы бора диаметром 70 мкм стандартная модель, часто используемая при решении этой проблемы, предсказывает увеличение средней темпе-

ратуры от 293 до 728 К за время 5.5 мс ( $Fo = 50.4$ ), если частица помещена в горячий воздух с температурой 1600 К (см. рис. 6). Температура 728 К превышает температуру плавления оксида бора ( $\approx 723$  К), достижение которой часто используется

Таблица 5. Теплофизические свойства алюминия, магния и бора при  $T_0 = 293.15$  К

Материал частиц	$\lambda$ , Вт/(м · К)	$c$ , Дж/(кг · К)	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
Алюминий	225	900	2700
Магний	139	1020	1740
Бор (кристаллический)	27	1026	2340

Таблица 6. Результаты расчетов для частиц магния, алюминия и бора при  $T_0 = 293.15$  К

Материал частиц	$T_{g\infty}$ , К	$\varepsilon_{max}$ , %		$\bar{T}$ , К	
		новая	стандартная	новая/полная	стандартная/полная
Магний	930.15	-1.04	-12.43	363.00/359.77	446.30/397.00
	1600.15	1.42	-31.25	536.18/543.89	713.87/543.89
Алюминий	930.15	-0.98	-12.80	371.25/368.44	440.18/391.93
	1600.15	2.01	-31.37	529.35/540.19	709.63/540.19
Бор	930.15	-0.79	-13.65	347.48/344.75	475.22/418.14
	1600.15	2.63	-31.36	592.95/608.97	727.68/553.95

в качестве критерия воспламенения для частиц бора. В соответствии с новой моделью за время 5.5 мс средняя температура частицы бора возрастает всего лишь до 542 К при прочих равных условиях. Это значение хорошо согласуется с расчетом по полной модели. Возникающее отклонение в значении средней температуры частицы (около 185 К!) может, очевидно, сильно повлиять на расчетную задержку воспламенения частицы.

Другой важный вывод из проведенных расчетов заключается в следующем. Макрокинетические параметры в константе скорости реакции, описывающей воспламенение твердой частицы, часто определяются на основе сопоставления измеренных задержек воспламенения частиц с результатами расчетов по стандартной модели (1), дополненной химическим источником. Ввиду того, что использование стандартной модели теплообмена частицы с окислительным газом приводит к значительным отклонениям от результатов расчетов по полной модели, значения макрокинетических параметров, при которых расчеты согласуются с экспериментом, могут оказаться ошибочными. В любом случае применение этих параметров к задачам воспламенения частиц других размеров и другой формы требуют специального обоснования.

Важное достоинство новой модели – использование в ней температуры поверхности частицы  $T_i$ , которая может значительно отличаться от средней температуры. При решении задачи о воспламенении частицы этот факт может привести к изменению задержки воспламенения, так как скорость реакции на поверхности частицы чувствительна к  $T_i$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено сравнительное исследование трех моделей теплообмена твердых частиц с окружающим газом: (1) полной модели, основанной на дифференциальных уравнениях сопряженного кондуктивного теплообмена в газе и в частице, (2) стандартной модели, основанной на обыкновенном дифференциальном уравнении для средней температуры частицы и законе теплоотдачи Ньютона, и (3) новой приближенной модели, основанной на обыкновенном дифференциальном уравнении для средней температуры частицы и законе Ньютона с эффективным коэффициентом теплоотдачи и температурой поверхности частицы. Получена приближенная зависимость эффективного коэффициента теплоотдачи от определяющих параметров задачи и времени, использующая аналитическое решение для задачи теплообмена частицы с постоянной температурой поверхности. На основе обобщения результатов численных расчетов по полной модели определена зависимость температуры поверхности от средней температуры частицы.

Сравнение результатов расчетов теплообмена сферических частиц стекла, стали, серебра, ртути, алюминия, магния и бора с воздухом по трем указанным моделям показало, что новая модель значительно лучше согласуется с полной моделью, чем стандартная. Максимальные относительные отклонения расчетных значений средней температуры частицы в новой и полной моделях не превышали 1–3%, тогда как относительные отклонения расчетной средней температуры частицы в стандартной и полной моделях достигали

30%. Наибольшие отклонения наблюдались при высоких температурах воздуха. Последнее особенно важно для задачи о воспламенении твердых частиц в атмосфере газообразного окислителя. Другое достоинство новой модели – использование температуры поверхности частицы, которая, вообще говоря, отличается от средней температуры. Использование температуры поверхности при решении задачи о воспламенении частицы может повлиять на динамику процесса ввиду сильной зависимости скорости гетерогенной реакции от температуры. Это обстоятельство продемонстрировано на примере воспламенения частицы бора.

Работа выполнена при поддержке Российским фондом фундаментальных исследований (гранты 05-08-18200а и 05-08-50115а).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хайкин Б.И., Блошенко В.И., Мержанов А.Г. // Физика горения и взрыва. 1970. № 4. С. 474.
2. Mashayek F., Pandya R.V.R. // Progr. Energy Combust. Sci. 2003. V. 29. P. 329.
3. Widener J.F., Liang Y., Beckstead M.W. // AIAA Paper 99-2629. 1999.
4. Гостеев Ю.А., Фёдоров А.В. // Физика горения и взрыва. 1996. Т. 32. № 4. С. 5.
5. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. Новосибирск: Наука, 1970.
6. Ranz W.E., Marshall W.R. // Chem. Eng. Prog. 1952. V. 48. P. 141.
7. Cassel H.M., Liebman I. // Combust. and Flame. 1963. V. 7. № 1. P. 79.
8. Sazhin S.S., Gol'dshtein V.A., Heikal M.R. // J. Heat Mass Transfer. 2001. V. 123. P. 63.
9. Фролов С.М., Посвянский В.С., Басевич В.Я. и др. // Хим. физика. 2004. Т. 23. № 1. С. 62.
10. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.