

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН КАПЛИ С ГАЗОВЫМ ПОТОКОМ

© 2006 г. С. М. Фролов, В. А. Сметанюк

Институт химической физики им. Н.Н. Семенова Российской академии наук, Москва

Поступила в редакцию 27.04.2005

Предложена модель прогрева и испарения капли в газовом потоке, учитывающая аэродинамическую деформацию капли и внутреннюю циркуляцию жидкости под действием сдвиговых напряжений. Показано, что учет этих факторов существенно изменяет динамику прогрева и испарения капли. Модель может быть использована для уточненного описания межфазного тепло- и массообмена при моделировании двухфазных реагирующих течений.

ВВЕДЕНИЕ

Межфазное взаимодействие капли горючего с газовым потоком – сложное физическое явление. В классической теории рассматривают лишь кондуктивный прогрев капли [1–4]. Однако в условиях газового потока сдвиговые напряжения на поверхности капли приводят к внутренней циркуляции жидкости и кондуктивный механизм прогрева капли дополняется конвективным [5–8]. Начиная с некоторых значений числа Рейнольдса жидкости конвективный механизм теплообмена внутри капли становится доминирующим [8]. Кроме того, находясь в газовом потоке, капля деформируется и ее форма может сильно отличаться от сферической [9]. При этом изменяется характер внутренних течений жидкости и возрастает поверхность тепло- и массообмена. Эти процессы влияют на характер прогрева капли и на время ее испарения. Данная работа посвящена математическому моделированию прогрева и испарения деформирующейся капли. Чтобы выяснить влияние аэродинамической деформации капли и внутренних течений жидкости на время жизни частицы в газовом потоке, проведено сравнение со стандартной моделью [10], не учитывающей эти факторы.

МОДЕЛЬ

Сферическая капля жидкости радиусом R , помещенная в момент времени $t = 0$ в газовый поток, вовлекается в движение, деформируется, прогревается и испаряется. Кроме того, под действием межфазных сдвиговых напряжений в капле возникают внутренние течения. Задача, которую предстоит решить, – определение времени жизни капли в условиях потока.

Предположим, что в процессе деформации капля принимает форму эллипсоида вращения с большой и малой полуосями вращения b и a , которые определяют объем капли V_d , площадь ее попереч-

ного сечения A_d и полную площадь поверхности S_d в момент времени $t > 0$. В дальнейшем свойства жидкости и газа будем обозначать индексами “ d ” и “ g ”, соответственно, а параметры на поверхности капли – индексом “ i ”. Ограничимся рассмотрением ситуаций, когда деформация капли в потоке не достигает критической стадии, за которой следует дробление капли. Как известно, дробление капли наступает при числе Вебера $We = d_0 \rho_g W_0^2 / \sigma \geq 12$, где W – относительная скорость газа и капли, ρ – плотность, σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости, $d = 2R$ – диаметр сферической капли, а индекс “0” относится к моменту времени $t = 0$. Критическая стадия деформации наступает при $b/R = 1.5–2.0$ или при $a/R = 0.25–0.44$ [11].

Для определения важнейших геометрических параметров капли – b , a , V_d , A_d и S_d – используем уравнение деформации [12]:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{C_F \rho_g W^2}{C_b \rho_d R^2} - \frac{C_k \sigma}{\rho_d R^3} y - \frac{C_d \mu_d dy}{\rho_d R^2 dt}, \quad (1)$$

где y – безразмерная деформация,

$$y = \frac{x}{C_b R}; \quad (2)$$

x – смещение экватора капли от точки равновесия в плоскости, нормальной к направлению относительной скорости газа и капли W ; μ – коэффициент динамической вязкости; $C_b = 0.5$, $C_F = 0.333$, $C_k = 8$ и $C_d = 5$ – безразмерные коэффициенты. Начальные условия для (1) формулируются в виде

$$t = 0: y = 0 \text{ и } \frac{dy}{dt} = 0.$$

Для эллипсоида вращения большая полуось b равна

$$b = R + x = R(1 + C_b y).$$

Малая полуось a определяется из условия постоянства объема в процессе деформации:

$$V_d = \frac{4}{3}\pi ab^2 = \frac{4}{3}\pi R^3. \quad (3)$$

Площадь поперечного сечения капли равна

$$A_d = \pi b^2. \quad (4)$$

Зная b и a , легко определить площадь поверхности капли:

$$S_d = 2\pi b^2 + \frac{\pi a^2}{\varepsilon} \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \quad (5)$$

для случая, когда деформированная капля принимает форму сплюснутого эллипсоида вращения и

$$S_d = 2\pi b^2 + \frac{2\pi ab}{\varepsilon} \arcsin(\varepsilon) \quad (6)$$

для случая, когда капля принимает форму вытянутого эллипсоида вращения. В (5) и (6) параметр ε определяется как

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)^{1/2}.$$

Уравнение теплового баланса для капли запишем в виде

$$c_d m_d \frac{dT_d}{dt} = \dot{Q}_{i-}, \quad (7)$$

где c – теплоемкость, T – средняя температура, $m_d = V_d \rho_d$ – масса капли, \dot{Q}_{i-} – полный тепловой поток внутрь капли с ее поверхности (индекс “ i ” – показывает, что значение теплового потока берется на поверхности капли со стороны жидкости). Тепловой поток \dot{Q}_{i-} определяется полями температуры и скорости внутри капли, т.е.

$$\dot{Q}_{i-} = f(t, T_i, T_d, U_i, \dots), \quad (8)$$

где U_i – скорость жидкости на поверхности капли. Тепловой поток \dot{Q}_{i+} со стороны газа (индекс “ $i+$ ” показывает, что значение теплового потока берется на поверхности капли со стороны газа) для испаряющейся капли определяется соотношением

$$\dot{Q}_{i+} = \dot{Q} + H \frac{dm_d}{dt}, \quad (9)$$

где \dot{Q} – полный тепловой поток к капле из газовой фазы и H – удельная теплота парообразования жидкости. Вследствие непрерывности теплового потока $\dot{Q}_{i-} = \dot{Q}_{i+}$, и (7) примет вид

$$c_d m_d \frac{dT_d}{dt} = \dot{Q} + H \frac{dm_d}{dt}. \quad (10)$$

Начальные условия для (10) формулируются так в виде

$$t = 0: T_d = T_{d0}. \quad (11)$$

Полный тепловой поток \dot{Q} в (9) и (10) определяется из соотношения

$$\dot{Q} = S_d q, \quad (12)$$

где q – удельный тепловой поток на единицу поверхности капли. Для определения q можно использовать известный закон Ньютона:

$$q = h(T_{g\infty} - T_i), \quad (13)$$

где индекс “ ∞ ” относится к свойствам газа на большом удалении от поверхности капли и h – коэффициент теплоотдачи [13, 14], равный

$$h = \frac{\text{Nu}}{d_{ef}} \lambda_g \frac{\ln(1+B)}{B}. \quad (14)$$

В (14) λ – коэффициент теплопроводности; d_{ef} – эффективный размер капли (для сферической капли $d_{ef} = 2R$); Nu – число Нуссельта, в общем случае зависящее от формы капли и от числа Рейнольдса относительного движения газа и капли, $\text{Re}_g = d_{ef} \rho_g |W| / \mu_g$; B – коэффициент массообмена. Отметим, что закон Ньютона (13) применим, вообще говоря, только для задач установившегося теплообмена. Тем не менее, как показано в [14], его можно применять и к нестационарным задачам, используя эффективный коэффициент теплопроводности газа. В стандартной модели испарения капли [10] считается, что $\lambda_g = \lambda_g(\bar{T})$, где $\bar{T} = (T_g + T_i)/2$ – некоторая характерная температура газа.

Коэффициент теплоотдачи h зависит от формы капли. Если в качестве эффективного диаметра деформированной капли взять эквивалентный диаметр по Саутеру,

$$d_{ef} = \frac{6V_d}{S_d}, \quad (15)$$

то для определения h можно использовать приближенное соотношение, основанное на результатах численного решения уравнения теплопроводности для твердых тел в форме эллипсоидов вращения [9, 15]:

$$\text{Nu}_q = \frac{hd_{ef}}{\lambda_g} = \text{Nu}_{sq} \exp \left[-2.22 \left(\frac{d_{ef}}{2b} - 1 \right) \right], \quad (16)$$

где индекс “ q ” относится к условиям, когда относительная скорость W между газом и телом равна нулю, а индекс “ s ” относится к сферической капле с $a = b = R$. Для сферы $\text{Nu}_q = \text{Nu}_{sq} = 2.0$. Точность аппроксимации (16) – не хуже 5%. Согласно (16), для деформированной капли с $a/R = 0.25-0.44$ коэффициент теплоотдачи даже при $W = 0$ может превышать таковой для сферической капли в 3–5.4 раз.

Относительная скорость движения газа и капли, W , также влияет на интенсивность межфазного теплообмена. Известна эмпирическая зависимость для тела сферической формы [16]:

$$\text{Nu}_s = \text{Nu}_{sq} + 0.6 \text{Re}_g^{1/2} \text{Pr}_g^{1/3}, \quad (17)$$

где $\text{Pr}_g = \mu_g / \rho_g a_{Tg}$ – число Прандтля, а a_T – коэффициент температуропроводности. Соотношение (17) показывает, что при числах Рейнольдса $\text{Re}_g \sim 100$ число Нуссельта для сферической капли в воздухе может достигать значений 7–8, что в 3.5–4 раза выше значения $\text{Nu}_{sq} = 2.0$. Для эллипсоидов вращения зависимости, подобные (17), в литературе отсутствуют. Ввиду важной роли конвективной теплоотдачи можно предположить, что соотношение (17) приближенно выполняется и для деформированных капель, т.е.

$$\text{Nu} \approx \text{Nu}_q + 0.6 \text{Re}_g^{1/2} \text{Pr}_g^{1/3}. \quad (18)$$

Число Рейнольдса Re_g определяется из решения уравнения движения капли:

$$m_d \frac{dU_d}{dt} = \frac{1}{2} \rho_g A_d C_D W |W| \quad (19)$$

с начальным условием

$$t = 0: U_d = U_{d0}, \quad (20)$$

где U_d – скорость капли, C_D – коэффициент аэродинамического сопротивления капли, который в общем случае зависит от коэффициента массообмена B , от формы капли и от свойств жидкости и газа, определяющих скорость движения жидкости на поверхности капли.

Влияние коэффициента массообмена B на C_D учитывают, используя соотношение [13]

$$C_D = \frac{C_{D,ne}}{1+B}, \quad (21)$$

где $C_{D,ne}$ – коэффициент аэродинамического сопротивления капли без учета испарения (индекс “ ne ”).

Влияние формы капли на коэффициент $C_{D,ne}$ можно учесть, используя, например, соотношение [17]

$$C_{D,ne} = C_{Ds,ne} (1 + 2.632y). \quad (22)$$

В (22) $C_{Ds,ne}$ – коэффициент аэродинамического сопротивления твердой сферы [18]:

$$C_{Ds,ne} \approx \begin{cases} \frac{24}{\text{Re}_g} (1 + 0.15 \text{Re}_g^{0.687}) & \text{при } \text{Re}_g < 10^3, \\ 0.44 & \text{при } \text{Re}_g \geq 10^3. \end{cases} \quad (23)$$

Из (22), (23) видно, что при высоких числах Рейнольдса и больших деформациях капли ($y \approx 1$) коэффициент $C_{D,ne}$ может достигать значения 1.5, характерного для тела дисковой формы, что приблизительно в 3.4 раза выше, чем значение $C_{Ds,ne} = 0.44$, характерное для сферического тела.

Влияние движения жидкости на поверхности капли на значение коэффициента $C_{Ds,ne}$ можно учесть, используя результаты численных расчетов [19]:

$$\frac{C'_{Ds,ne}}{C_{Ds,ne}} = \left(\frac{2 + 3\mu_d/\mu_g}{3 + 3\mu_d/\mu_g} \right) \left(1 - 0.03 \frac{\mu_g}{\mu_d} \text{Re}_g^{0.65} \right), \quad (24)$$

где $C'_{Ds,ne}$ – коэффициент аэродинамического сопротивления жидкой сферической капли. Соотношение (24) с хорошей точностью описывает аналитические результаты при низких и высоких числах Рейнольдса Re_g , но его применение, вообще говоря, ограничено тем диапазоном отношения вязкостей μ_d/μ_g , который исследовался в [19].

Коэффициент массообмена B в (14) и (21) определяется как [13, 14]

$$B = \frac{Y_{vi} - Y_{v\infty}}{1 - Y_{vi}}, \quad (25)$$

где индекс “ v ” относится к пару жидкости, а Y – массовая доля.

Скорость изменения массы капли вследствие испарения, входящая в (10), определяется из соотношения

$$\frac{dm_d}{dt} = -S_d j, \quad (26)$$

где j – удельный массовый поток пара с поверхности капли. Начальное условие для (26) формулируется в виде

$$t = 0: m_d = m_{d0}. \quad (27)$$

Для определения j используем соотношение [13, 14]

$$j = 2 \frac{\rho_g D}{d_{ef}} \ln(1 + B), \quad (28)$$

где D – коэффициент бинарной диффузии пара и газа. Отметим, что в отличие от (28) в стандартной модели [10] принимается допущение о подобии полей температуры и концентрации, т.е. число Льюиса $Le = a_{Tg}/D = 1$.

Во многие соотношения, обсуждаемые выше, явно или неявно входит температура поверхности капли – T_i . В частности, температура T_i играет важную роль при определении теплового потока \dot{Q}_{i-} (см. (8)). Для определения T_i используем следующие соображения.

Когда средняя температура капли, T_d достигает значения температуры насыщения (температуры “мокрого термометра”) $T_i = T_{wb}$, тепловой поток внутрь капли прекращается, т.е. $\dot{Q}_{i-} = \dot{Q}_{i+} = 0$, и весь тепловой поток \dot{Q} расходуется на испарение жидкости. Начальный период в эволюции капли, когда $\dot{Q}_{i-} \neq 0$ или $T_d < T_{wb}$, называют переходным режимом прогрева. Период, когда $\dot{Q}_{i-} = \dot{Q}_{i+} = 0$ или $T_d = T_{wb}$, называют периодом квазистационарного испарения капли. В последнем случае вместо (10) можно записать

$$T_d = T_i = T_{wb} \quad (29)$$

и

$$\dot{Q} = -H \frac{dm_d}{dt}. \quad (30)$$

Обозначим через t_h продолжительность переходного периода прогрева капли, через Δt – продолжительность периода квазистационарного испарения капли и через t_ℓ – полное время жизни капли. Тогда

$$t_\ell = t_h + \Delta t. \quad (31)$$

В соответствии с [8] внутренняя циркуляция жидкости в капле может привести к значительно уменьшению продолжительности переходного периода t_h по сравнению с классическим случаем, когда учитывается только кондуктивный теплообмен. При $t \geq t_h$, когда (10) переходит в (29), внутренняя циркуляция жидкости перестает оказывать влияние на динамику испарения капли. Это означает, что при $t > t_h$ капля испаряется независимо от внутренних конвективных течений. Следовательно, внутренняя циркуляция жидкости в капле может привести к сокращению времени жизни последней не более чем на величину t_h . Отметим, что в модели испарения сферической капли без учета внутренней циркуляции жидкости продолжительность переходного периода прогрева для каплей тяжелых углеводородных горючих может быть достаточно большой (вплоть до $t_h \approx t_\ell$), особенно при высоких температурах и давлениях газа [20].

Влияние внутренней циркуляции жидкости на прогрев капли в переходном периоде можно учесть, введя коэффициент интенсификации внутреннего теплообмена, $\theta = t_h/t_h^\circ \leq 1$:

$$\dot{Q}_{i-} = \theta^{-1} \dot{Q}_{i-}^\circ, \quad (32)$$

где индекс “ \circ ” относится к сферической капле без внутренней циркуляции жидкости. Для определения коэффициента θ можно воспользоваться результатами решения задачи о теплообмене сферической капли жидкости с газовым потоком в приближении постоянной температуры поверхности капли: $T_i = \text{const}$ [8].

Чтобы обосновать возможность применения такого приближения, определим температуру насыщения T_{wb} . Подстановка (12)–(14), (25), (26) и (28) в (30) дает следующее соотношение для температуры насыщения $T_i = T_{wb}$:

$$\text{Nu} \lambda_g (T_{g\infty} - T_i) = 2 \rho_g D H \frac{Y_{vi} - Y_{v\infty}}{1 - Y_{vi}}. \quad (33)$$

В (33) параметры λ_g , ρ_g , D , H и Y_{vi} – функции температуры T_i , поэтому решение (33) следует искать методом последовательных приближений. Для проверки применимости (33) провели численные расчеты прогрева и испарения сферических каплей по модели работы [20], не учитывающей относительное движение капли и газа. В вычислительной программе этой работы решаются дифференциальные уравнения в частных производных для жидкой и газовой фаз с учетом многокомпонентной диффузии в газе и переменных теплофизических свойств фаз. Сплошные и штриховые кривые на рис. 1а и б показывают расчетную динамику температуры поверхности T_i и средней температуры T_d капли н-гептана при $T_{d0} = 293$ К,

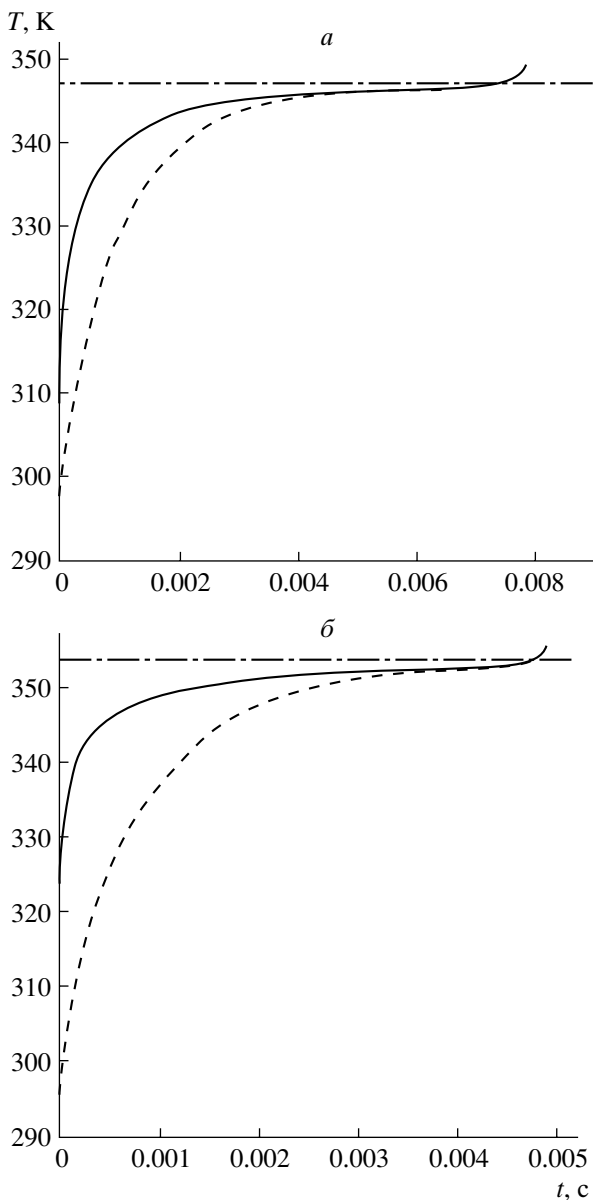


Рис. 1. Расчетные зависимости температуры поверхности (сплошные кривые) и средней температуры (штриховые кривые) от времени при испарении капель н-гептана диаметром 50 мкм при начальных температуре и давлении $T_{g0} = 293$ К и $p = 0.1$ МПа и следующих значениях T_g : 1000 К (а), 1500 К (б). Штрих-пунктирные линии соответствуют температуре насыщения, рассчитанной по (33).

давлении $p = 0.1$ МПа и двух значениях температуры газа $T_g = T_{g\infty} = 1000$ и 1500 К. Горизонтальные штрих-пунктирные линии соответствуют решению (33) при $Nu = Nu_{sq} = 2$. На рис. 2 показаны аналогичные результаты расчета для испаряющейся капли н-додекана. Моменты окончания сплошных и штриховых кривых на рис. 1 и 2 соответствуют полному испарению капель (с временем жизни t_ℓ). Напомним, что время прогрева кап-

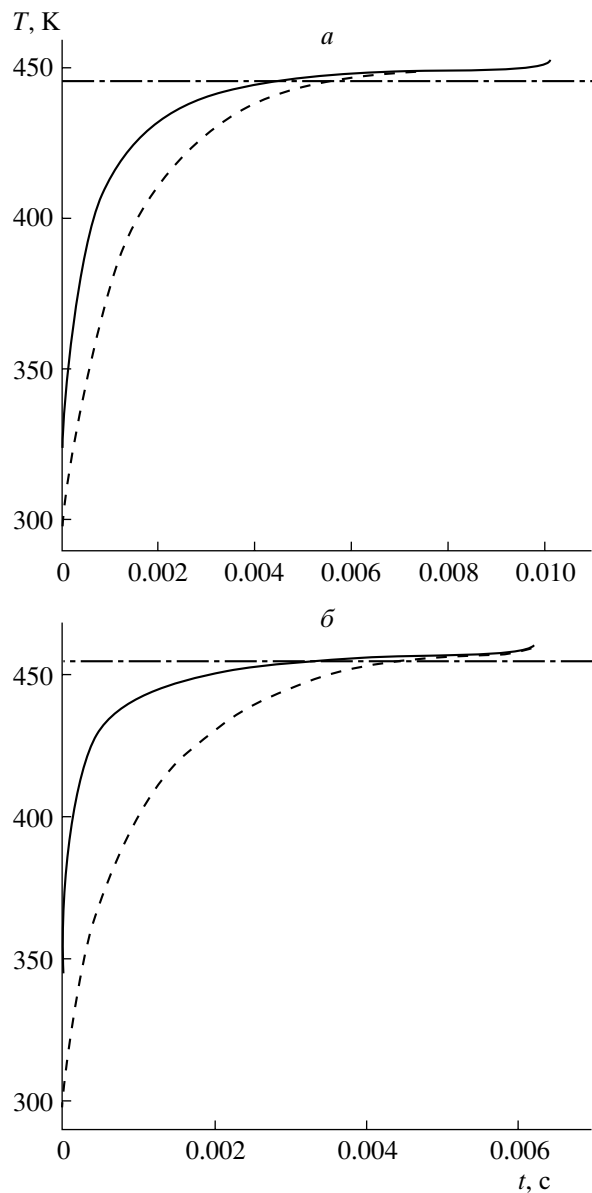


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, для н-додекана.

ли, t_h – это время достижения средней температурой капли значения температуры насыщения.

Анализируя рис. 1 и 2, а также результаты расчетов при других значениях T_g и p и для других жидкостей (н-октан, вода и метанол), приходим к следующим выводам:

1. Температура поверхности капли T_i достигает температуры, близкой к температуре насыщения T_{wb} , очень быстро по сравнению с полным временем жизни капли t_ℓ , особенно при высоких температурах газа T_g .

2. При высоких температурах газа продолжительность переходного периода t_h сопоставима с полным временем жизни капли t_ℓ .

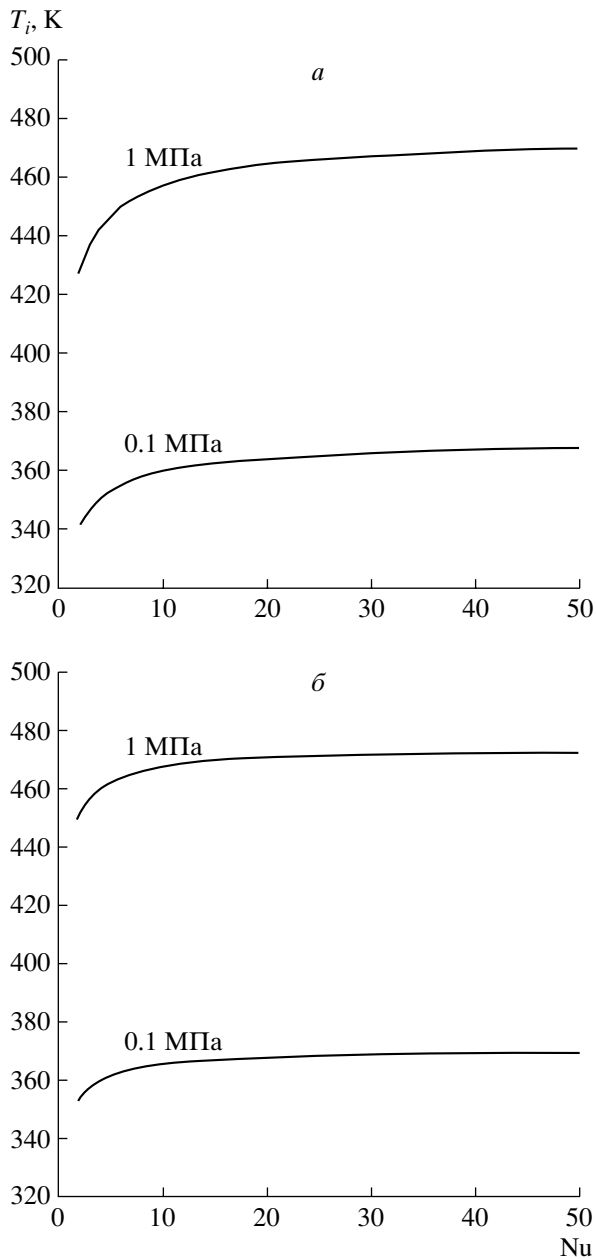


Рис. 3. Расчетные зависимости температуры насыщения T_{wb} от числа Нуссельта Nu для капель *n*-гептана при $T_g = 800$ К (а) и 1500 К (б) и $p = 0.1$ и 1 МПа.

3. Уравнение (33) дает хорошую оценку для температуры насыщения T_{wb} в широком диапазоне температур и давлений газа, а также физических свойств жидкости.

Если капля жидкости находится в газовом потоке, значение температуры насыщения будет несколько отличаться от значения при испарении капли в неподвижной атмосфере. Это, в частности, следует из (33). При $Re_g \neq 0$ число Нуссельта в (33) можно оценить на основе соотношения (17) для сферической капли.

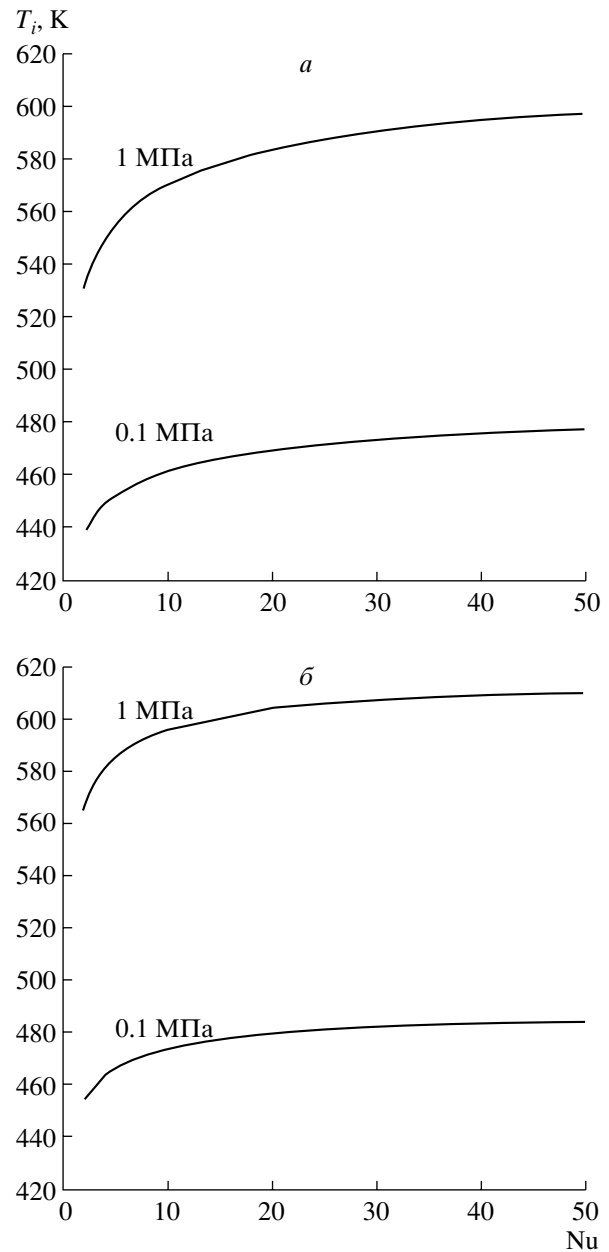


Рис. 4. То же, что и на рис. 3, для *n*-додекана.

Чтобы понять, как число Нуссельта влияет на температуру насыщения, провели дополнительные расчеты. На рис. 3 и 4 показаны результаты расчетов для капель *n*-гептана и *n*-додекана, соответственно. Видно, что изменение температуры насыщения с ростом числа Нуссельта наиболее существенно при высоких давлениях и низких температурах газа. Отметим, что число Рейнольдса капли обычно не превышает 100–200, поэтому в (17) максимальное значение числа Нуссельта для сферической капли составляет 8–10. В связи с этим в потоке температура насыщения капель *n*-гептана и *n*-додекана изменяется не более чем на 25–30 К

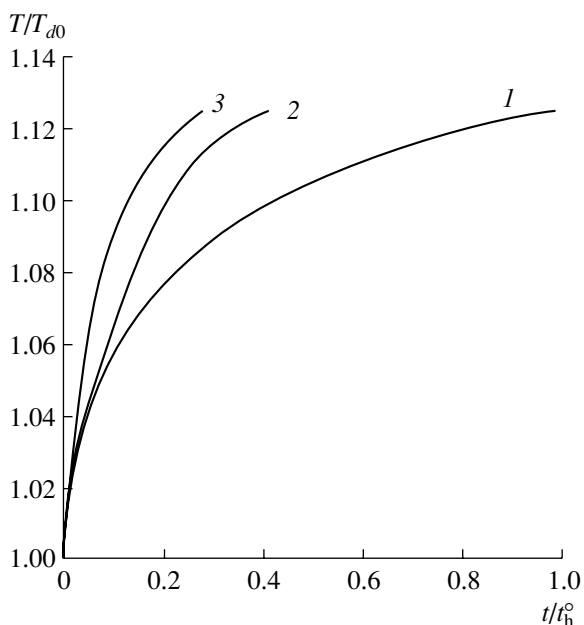


Рис. 5. Расчетные зависимости средней температуры сферической капли н-гептана от приведенного времени при $T_{d0} = 300$ К, $T_g = 750$ К, $p = 0.1$ МПа и $d_0 = 200$ мкм. Кривая 1 соответствует $Re_d = 0$, кривая 2 – $Re_d = 1.3$, кривая 3 – $Re_d = 13$.

по сравнению с условиями испарения в неподвижной атмосфере при $Nu = Nu_{sq} = 2$.

Таким образом, на основании полученных результатов можно приближенно считать, что температура поверхности капли T_i мгновенно принимает значение температуры насыщения, т.е. $T_i = T_{wb} = \text{const}$. Это позволяет значительно упростить моделирование прогрева капли, используя (33) для определения температуры насыщения при $Nu = Nu_{sq} = 2$. Для определения коэффициента интенсификации внутреннего теплообмена, θ , в (32) можно использовать результаты работы [8].

На рис. 5 показаны расчетные зависимости средней температуры капли н-гептана от приведенного времени t/t_h^0 при разных значениях числа Рейнольдса жидкости $Re_d = \rho_d U_i R / \mu_d$. Расчеты проведены по методике работы [8]. Видно, что внутренняя циркуляция жидкости приводит к значительному сокращению продолжительности переходного периода t_h .

Таблица 1. Значения характерных чисел Рейнольдса $Re_d = \rho_d U_i d / \mu_d$

Жидкость	Re_d^*	Re_d^{**}
н-гептан	0.59	11.60
н-додекан	0.19	3.74

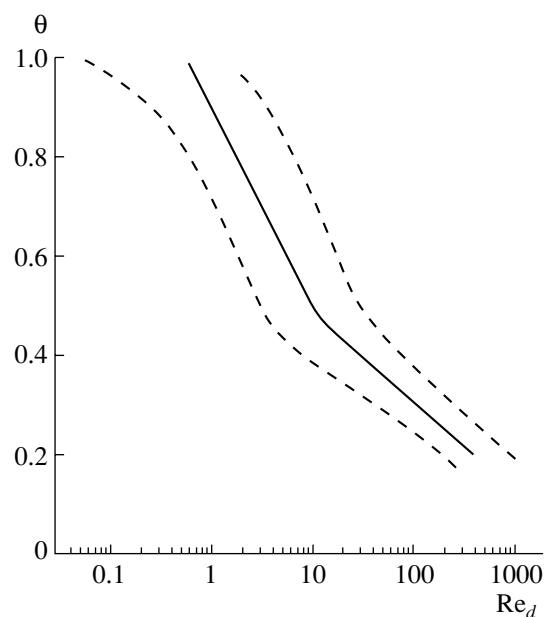


Рис. 6. Расчетная зависимость коэффициента интенсификации теплообмена θ от Re_d для капель н-гептана (сплошная кривая). Область между штриховыми линиями объединяет решения в широком диапазоне изменения температуры газа (до 2000 К), давления (до 1 МПа) и начальной температуры жидкости (от 300 К до $T_{wb} - 10$ К).

На рис. 6 представлена расчетная зависимость коэффициента θ от Re_d для капель н-гептана. В полосе между штриховыми линиями сосредоточены решения, полученные при разных температурах газа и жидкости как в статических, так и в динамических расчетах (см. [8]). В статических расчетах относительная скорость газа и капли оставалась постоянной ($W = W_0$), тогда как в динамических расчетах прогрев капли рассчитывали с учетом вовлечения капли в движение, т.е. решали уравнение (19) с начальным условием (20).

Сплошная кривая на рис. 6 соответствует средним значениям коэффициента θ . Аналогичные расчеты провели для капель н-додекана. Результаты расчетов для среднего коэффициента θ представили в виде аппроксимаций:

$$\theta = 1 \text{ при } Re_d \leq Re_d^*,$$

$$\theta = C_1 \log(Re_d) + C_2 \text{ при } Re_d^* < Re_d < Re_d^{**}, \quad (34)$$

$$\theta = C_3 \log(Re_d) + C_4 \text{ при } Re_d > Re_d^{**},$$

где Re_d^* и Re_d^{**} – некоторые характерные значения числа Рейнольдса. Их значения для н-гептана и н-додекана представлены в табл. 1. Значения соответствующих констант, C_1 , C_2 , C_3 и C_4 , представлены в табл. 2. В (34) число Рейнольдса Re_d^*

приблизительно соответствует минимальному значению Re_d , при котором необходимо учитывать внутреннюю циркуляцию жидкости. Число Рейнольдса Re_d^{**} приблизительно соответствует минимальному значению Re_d , при котором внутренняя циркуляция жидкости приводит к более чем двукратному изменению коэффициента интенсификации теплообмена, т.е. $\theta \leq 0.5$.

Таким образом, соотношения (32) и (34) позволяют учесть влияние внутренней циркуляции на тепло- и массообмен сферической капли с газовым потоком при $t < t_h$.

Для моделирования прогрева деформированной капли в дополнение к допущениям, сформулированным в [8], можно предположить, что деформация капли носит квазистатический характер, т.е. характерное время установления внутреннего течения в деформирующейся капле мало по сравнению с характерным временем ее прогрева. Справедливость этого предположения проверили с помощью трехмерных численных расчетов на установление внутреннего течения в деформированной капле.

Математическая постановка задачи для деформированной капли аналогична постановке задачи для сферической частицы, описанной в [8], с одним исключением. Поскольку аналитическое решение для внутреннего поля течения существует только для капли сферической формы, соответствующие поля скорости в каплях, имеющих форму эллипсоида вращения, находили из стационарного численного решения уравнений Навье–Стокса со специальными граничными условиями на поверхности капли.

На рис. 7 представлены расчетные поля модуля вектора скорости в капле *n*-гептана с деформацией $a/R = 1.0$ (а), 0.7 (б) и 0.5 (в) при $W = 25$ м/с. В отличие от течения в сферической капле вихревое движение в деформированной капле не затрагивает центральные области частицы.

На основе рассчитанных полей скорости численно решали уравнение конвективной теплопроводности в капле. В результате расчетов получили значения коэффициента интенсификации теплообмена для деформированных капель – θ' . Расчеты показали, что $\theta' \approx \theta\theta_f$, где $\theta_f = t_h^e/t_h^o$ (индекс “*e*” относится к деформированной капле без внутренней циркуляции жидкости) – функция только формы капли и практически одинакова для жидкостей с разными теплофизическими свойствами (*n*-гептан, *n*-октан, *n*-додекан, вода и метанол) при разной интенсивности внутренней циркуляции. На рис. 8 представлена расчетная зависимость θ_f от степени деформации капли. Кривую на рис. 8 аппроксимировали полиномом второй степени в зависимости от формы капли:

$$\theta_f = -0.78 + 3.67 \frac{a}{R} - 1.89 \left(\frac{a}{R}\right)^2 \quad \text{при } \frac{a}{R} < 1 \quad (35)$$

для сплюснутого эллипсоида вращения и

$$\theta_f = 0.65 + 0.77 \frac{a}{R} - 0.42 \left(\frac{a}{R}\right)^2 \quad \text{при } \frac{a}{R} > 1 \quad (36)$$

для вытянутого эллипсоида вращения. Ошибка аппроксимации – 6%.

Переменную θ_f^{-1} можно рассматривать как дополнительную поправку к тепловому потоку внутрь капли. Таким образом, тепловой поток внутрь деформированной капли с внутренней циркуляцией жидкости можно представить в виде

$$\dot{Q}_{i-} = \frac{\dot{Q}_{i-}^o}{\theta\theta_f}, \quad (37)$$

где коэффициенты интенсификации теплообмена, θ и θ_f заданы соотношениями (34) и (35), (36).

Дифференциальные уравнения (1), (10), (19) и (26) с начальными условиями (2), (11), (20) и (27), а также дополнительные соотношения, приведенные выше, позволяют рассчитать поведение капли жидкости в газовом потоке с учетом ее деформации, движения, неустановившегося теплообмена и испарения и, следовательно, определить время жизни капли. По сравнению со стандартной моделью испарения сферической капли в (1)–(37) учтено по крайней мере восемь дополнительных факторов, которые могут повлиять на время жизни капли в газовом потоке. Это: *i*) внутренняя циркуляция жидкости, влияющая на продолжительность переходного периода прогрева капли от начальной температуры T_{d0} до температуры насыщения T_{wb} ; *ii*) изменение площади поверхности капли S_d , *iii*) изменение коэффициента теплоотдачи h вследствие аэродинамической деформации капли; *iv*) изменение коэффициента теплоотдачи h вследствие относительного движения газа и капли; *v*) изменение площади поперечного сечения A_d деформированной капли; *vi*) изменение коэффициента C_D вследствие испарения капли; *vii*) изменение коэффициента C_D вследствие аэродинамической деформации капли; *viii*) изменение коэффициента C_D вследствие вовлечения жидкости в движение.

Таблица 2. Коэффициенты аппроксимационных формул для θ

Жидкость	C_1	C_2	C_3	C_4
<i>n</i> -гептан	–0.410	0.910	–0.182	0.670
<i>n</i> -додекан	–0.395	0.700	–0.193	0.600

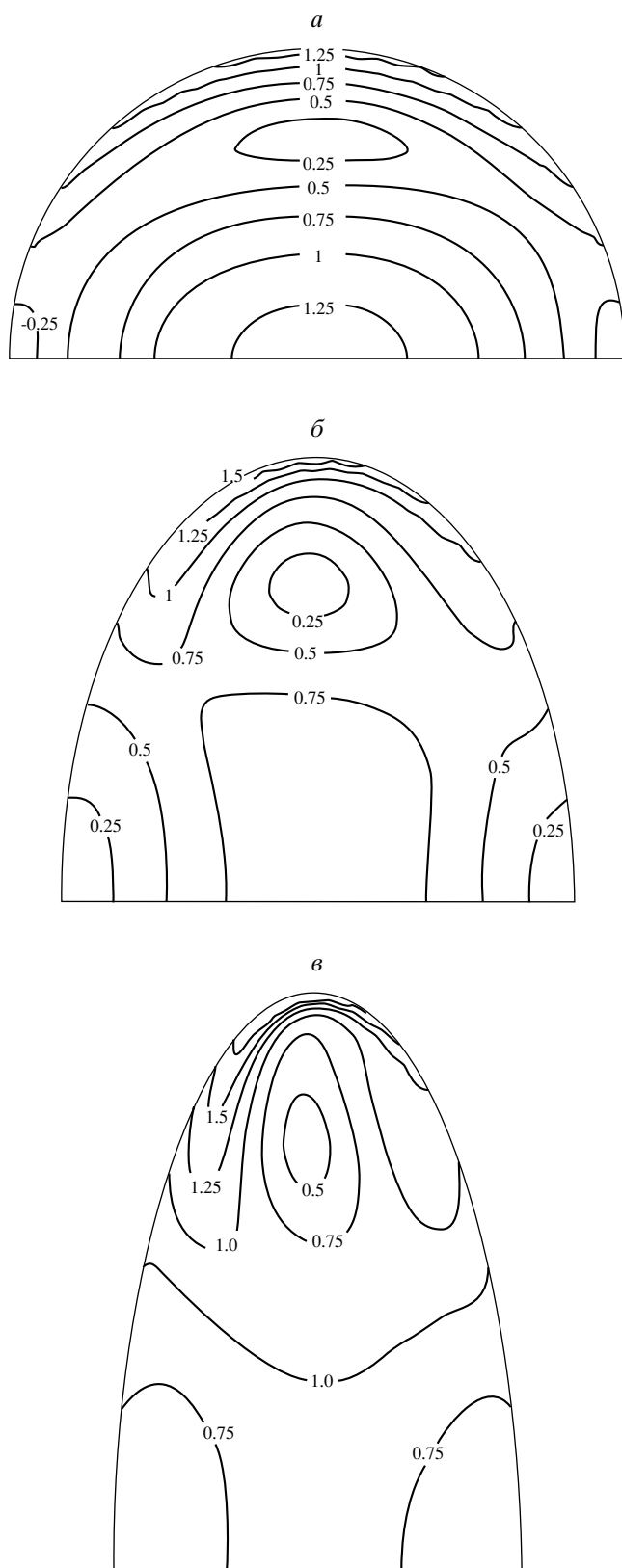


Рис. 7. Расчетные изолинии длины вектора скорости в капле н-гептана с $a/R = 1.0$ (а), 0.7 (б) и 0.5 (в) при относительной скорости газа и капли $W = 25$ м/с. Вектор относительной скорости направлен слева направо.

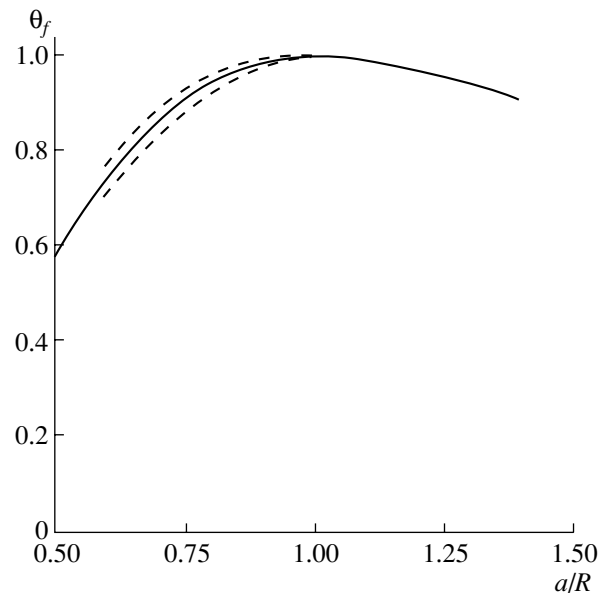


Рис. 8. Расчетная зависимость коэффициента интенсификации теплообмена θ_f от деформации капли. Область между штриховыми линиями объединяет решения в широком диапазоне изменения температуры газа (до 2000 К), давления (до 1 МПа) и начальной температуры жидкости (от 300 К до $T_{wb} - 10$ К).

Отметим, что все указанные дополнительные факторы можно рассматривать как поправки к стандартной модели [10]. Поскольку поправки i)– iv) относятся к уравнению теплового баланса капли, а поправки v)– $viii$) – к уравнению ее движения, их можно условно называть “тепловыми” и “динамическими” поправками, соответственно. Эти поправки легко вносятся в стандартную модель [10]. Ниже приведено решение задачи о тепло- и массообмене капли с газовым потоком с учетом указанных поправок. Задачу решали численно методом Рунге–Кутты 4-го порядка аппроксимации. Решения получены для капель н-гептана и н-додекана при разных температурах и давлениях окружающего газа и числах Вебера, определяющих деформацию капель. Теплофизические свойства жидкостей считали функциями температуры и давления [21].

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Результаты расчетов по модифицированной стандартной модели, учитывающей поправки i)– $viii$), сравнили с результатами расчетов по стандартной модели работы [10] при $W \neq 0$ ($We \neq 0$). Расчеты показали, что наибольшее влияние на время жизни капли оказывают “тепловые” поправки i)– iv), тогда как влияние “динамических” поправок v)– $viii$) несущественно. На рис. 9 и 10 приведены расчетные зависимости диаметра “мелких” ($d_0 = 25$ мкм) и “крупных” ($d_0 = 200$ мкм) капель н-додекана от

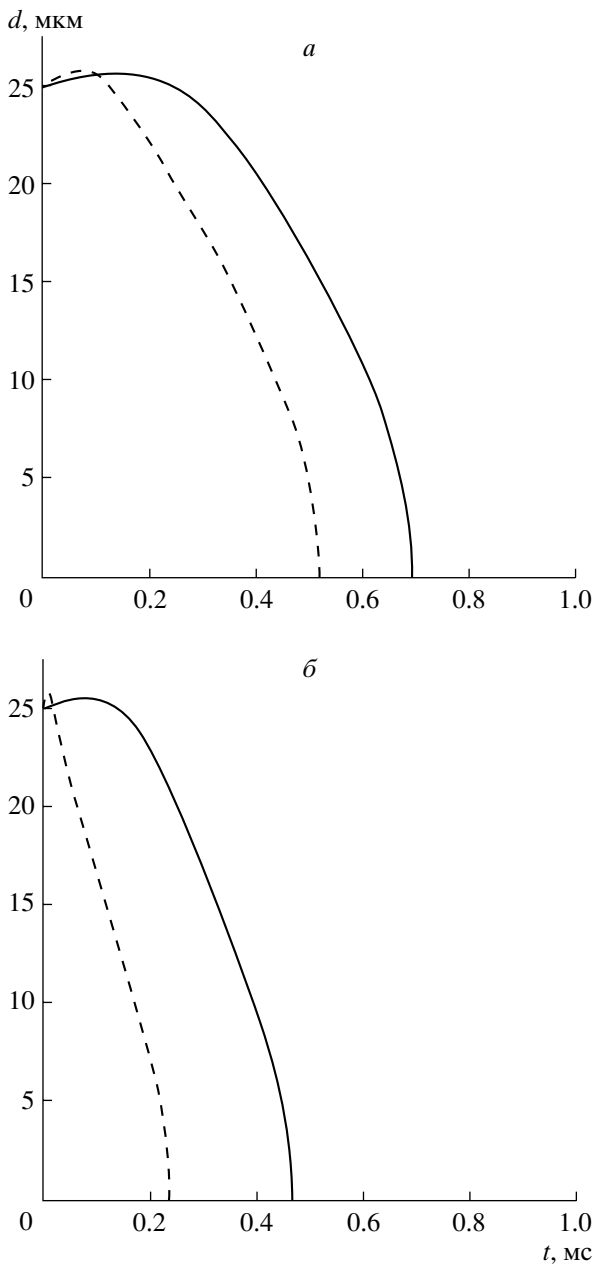


Рис. 9. Расчетные зависимости диаметра капли н-додекана от времени, полученные по стандартной модели (сплошные кривые) и по стандартной модели с учетом “тепловых” поправок i – iv) (штриховые кривые) при $d_0 = 25$ м км, $T_g = 1000$ К, $T_{d0} = 300$ К и $p = 0.1$ МПа; а – $We = 0.2$, б – $We = 12$.

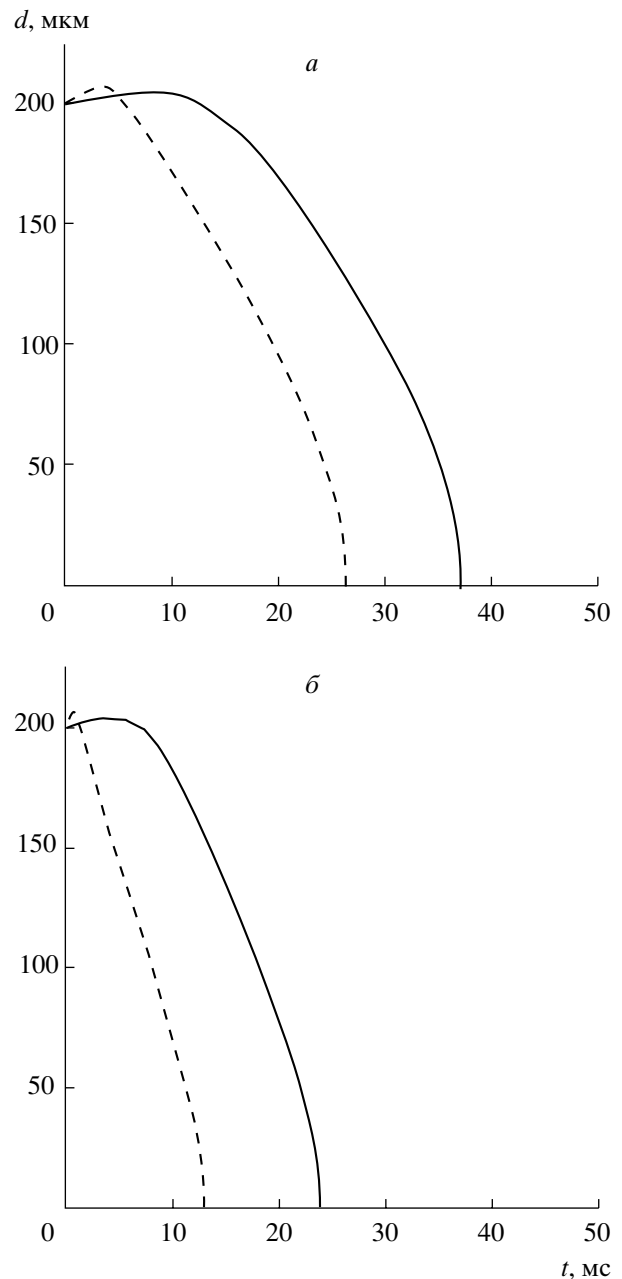


Рис. 10. Расчетные зависимости диаметра капли н-додекана от времени, полученные по стандартной модели (сплошные кривые) и по стандартной модели с учетом “тепловых” поправок i – iv) (штриховые кривые) при $d_0 = 200$ м км, $T_g = 1000$ К, $T_{d0} = 300$ К и $p = 0.1$ МПа; а – $We = 0.2$, б – $We = 9.4$.

времени при $T_g = 1000$ К, $T_{d0} = 300$ К и $p = 0.1$ МПа и разных значениях We . Сплошные линии соответствуют расчетам по стандартной модели работы [10], а штриховые – по модифицированной стандартной модели с “тепловыми” поправками i – iv). На рис. 11 и 12 приведены аналогичные расчетные зависимости диаметра капель н-додекана от времени при повышенном давлении $p = 1$ МПа.

На рис. 13 показаны примеры расчетов при $T_g = 500$ К, отражающие влияние температуры газа на время жизни капли н-додекана.

Анализируя рис. 9–13, а также результаты расчетов для капель н-гептана и н-додекана при разных значениях d_0 , T_g , p и We , приходим к следующим выводам о влиянии “тепловых” поправок i – iv) на время жизни капли:

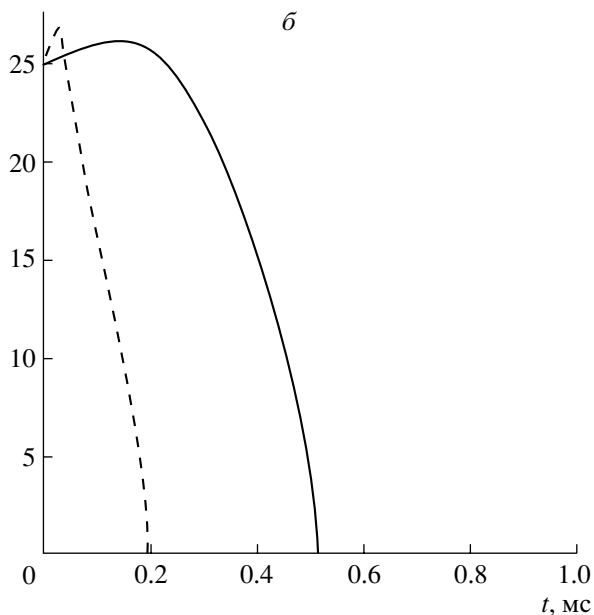
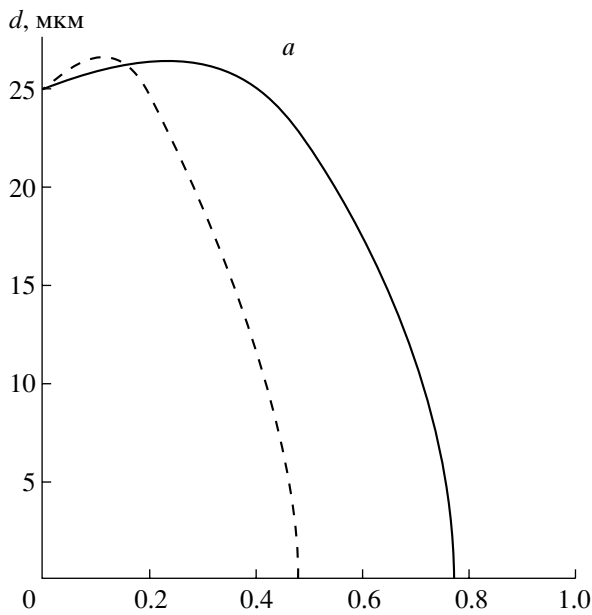


Рис. 11. Расчетные зависимости диаметра капли н-додекана от времени, полученные по стандартной модели (сплошные кривые) и по стандартной модели с учетом “тепловых” поправок $i-iv$ (штриховые кривые) при $d_0 = 25$ мкм, $T_g = 1000$ К, $T_{d0} = 300$ К и $p = 1$ МПа; $a - We = 0.2$, $b - We = 7.8$.

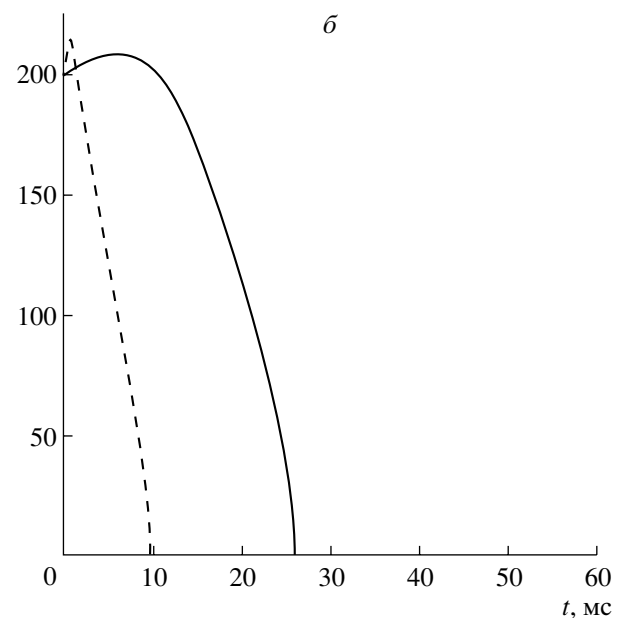
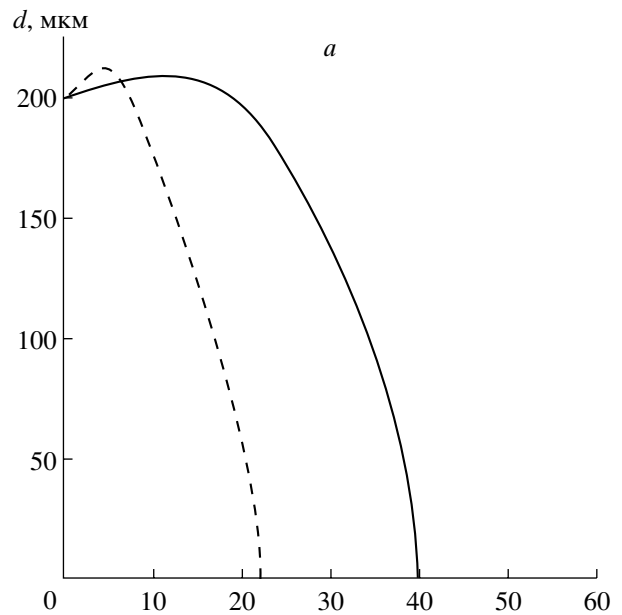


Рис. 12. Расчетные зависимости диаметра капли н-додекана от времени, полученные по стандартной модели (сплошные кривые) и по стандартной модели с учетом “тепловых” поправок $i-iv$ (штриховые кривые) при $d_0 = 200$ мкм, $T_g = 1000$ К, $T_{d0} = 300$ К и $p = 1$ МПа; $a - We = 0.2$, $b - We = 6.6$.

1) поправки могут приводить к значительному уменьшению времени жизни капли (до 2.5 раз);

2) влияние поправок на время жизни капель н-додекана более существенно, чем на время жизни капель н-гептана;

3) влияние поправок возрастает с увеличением We ;

4) влияние поправок возрастает с увеличением давления p ;

5) влияние поправок возрастает с увеличением температуры газа T_g ;

6) изменение d_0 практически не отражается на влиянии поправок.

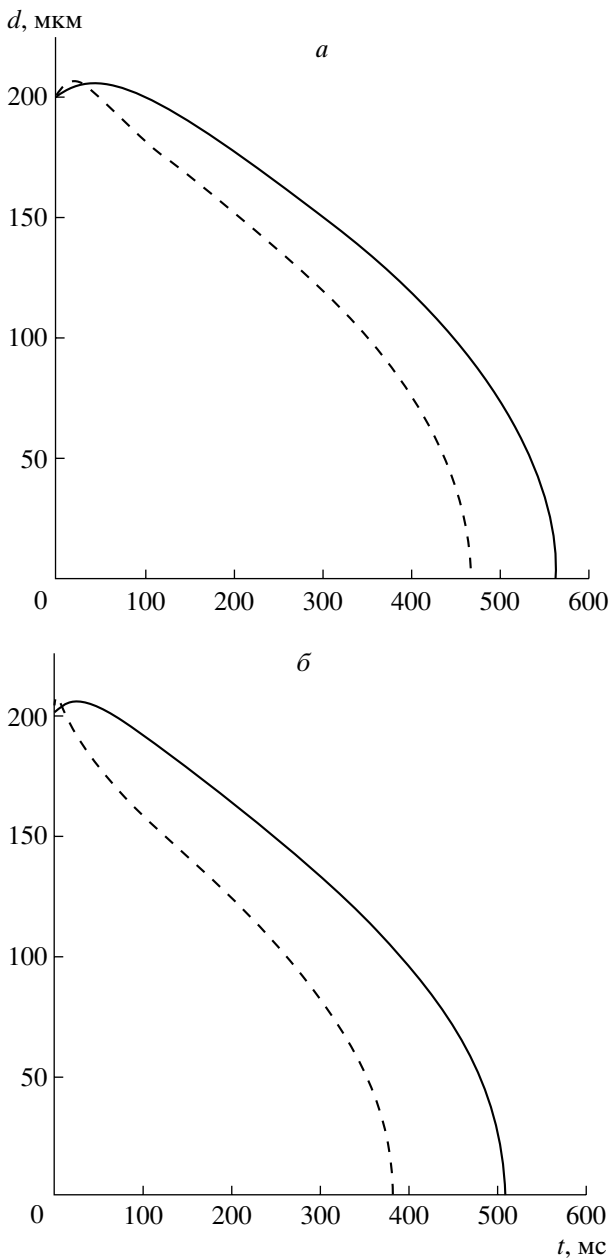


Рис. 13. Расчетные зависимости диаметра капли н-додекана от времени, полученные по стандартной модели (сплошные кривые) и по стандартной модели с учетом “тепловых” поправок i – iv) (штриховые кривые) при $d_0 = 200$ мкм, $T_g = 500$ К, $T_{d0} = 300$ К и $p = 1$ МПа; $a - We = 0.2$, $б - We = 12$.

Меньшее влияние “тепловых” поправок на время жизни капель н-гептана связано с меньшей продолжительностью переходного периода t_h .

Рисунок 14 иллюстрирует влияние “динамических” поправок v – $viii$). На этом рисунке сплошные линии – результаты расчетов с “тепловыми” поправками i – iv), а штриховые линии – результаты расчетов с “динамическими” поправками v – $viii$). Видно, что “динамические” поправки v – $viii$) не

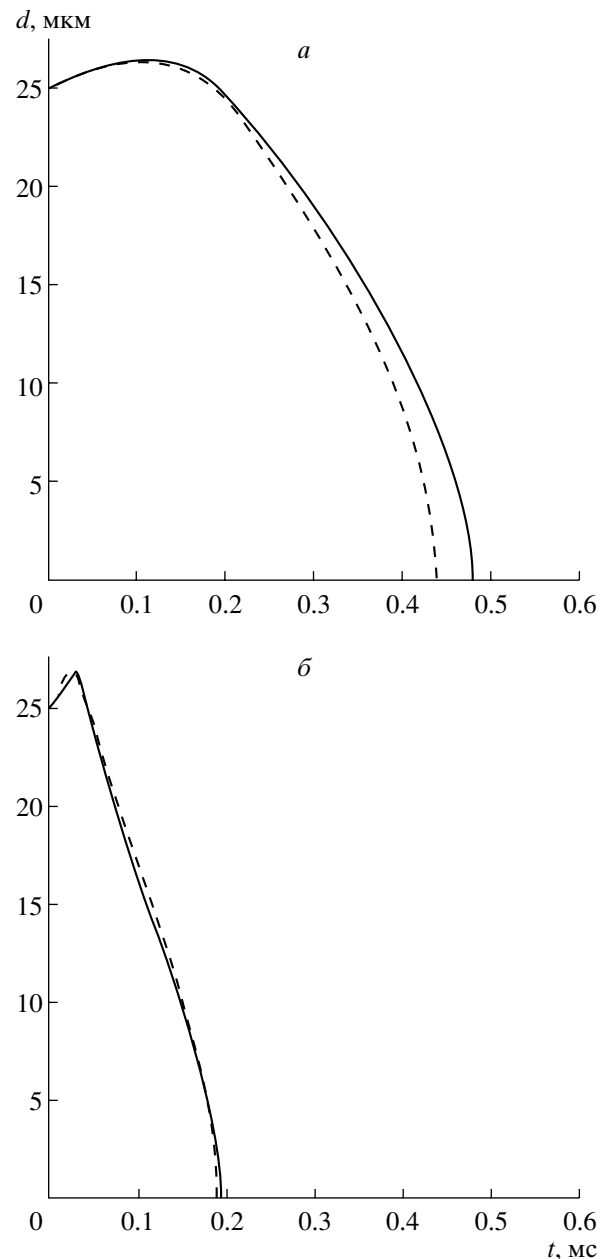


Рис. 14. Расчетные зависимости диаметра капли н-додекана от времени, полученные по стандартной модели с “тепловыми” поправками i – iv) (сплошные кривые) и со всеми поправками i – $viii$) (штриховые кривые) при $d_0 = 25$ мкм, $T_g = 1000$ К, $T_{d0} = 300$ К и $p = 1$ МПа; $a - We = 0.2$, $б - We = 7.8$.

оказывают существенного влияния на время жизни капель.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена модель испарения деформирующейся капли горючего в газовом потоке. В дополнение к стандартной модели испарения сферической капли [10] она учитывает влияние внутренней

циркуляции жидкости на прогрев капли и на коэффициент ее аэродинамического сопротивления, а также влияние деформации на тепловое и динамическое взаимодействие фаз. Указанные дополнительные факторы представлены в виде восьми поправок к стандартной модели [10], которые условно разделены на “тепловые” и “динамические”. На основе многомерных численных расчетов показано, что внутренняя циркуляция жидкости в деформированной капле приводит к сокращению времени прогрева частицы, и предложены аппроксимационные формулы для расчета коэффициента интенсификации внутреннего теплообмена в капле.

Проведены расчеты испарения капель н-гептана и н-додекана по стандартной модели с поправками и без поправок. Показано, что “тепловые” поправки в уравнении теплового баланса капли, учитывающие влияние внутренней циркуляции жидкости и деформации капли на межфазный теплообмен, могут приводить к значительному уменьшению времени жизни капли (до 2.5 раз). “Динамические” поправки в уравнении движения капли, учитывающие влияние внутренней циркуляции жидкости и деформации капли на значение коэффициента аэродинамического сопротивления и на площадь поперечного сечения капли, оказывают несущественное влияние на время ее жизни. Влияние “тепловых” поправок на время жизни капле возрастает с увеличением относительной скорости газа и капли, а также с увеличением температуры и давления газа. Для капель н-додекана “тепловые” поправки более существенны, чем для капель н-гептана, что связано с большей продолжительностью переходного периода прогрева капли.

Предложенную модель можно использовать для уточненного описания межфазного тепло- и массообмена при моделировании двухфазных реагирующих течений.

Работа выполнена при поддержке Российским фондом фундаментальных исследований (гранты № 05-08-18200а, № 05-08-50115а и № 05-08-33411а) и Международным научно-техническим центром (проект № 2740).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Вариавский Г.А.* // Тр. НИИ-1. 1945. № 6.
2. *Франк-Камеицкий Д.А.* Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Изд-во АН СССР, 1947. 2-е изд. М.: Наука, 1961.
3. *Godsave G.A.E.* // Proc. 4th Sympos. (Intern.) on Combust. Baltimore, MD: Williams and Wilkins Co., 1953. P. 818.
4. *Spalding D.B.* // Proc. 4th Sympos. (Intern.) on Combust. Baltimore, MD: Williams and Wilkins Co., 1953. P. 847.
5. *Prakash S., Sirignano W.A.* // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1978. V. 21. P. 885.
6. *Prakash S., Sirignano W.A.* // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1980. V. 23. P. 253.
7. *Sirignano W.A.* // Prog. Energy Combust. Sci. 1983. V. 9. P. 291.7.
8. *Сметанюк В.А., Фролов С.М.* // Хим. физика. 2004. Т. 23. № 7. С. 40.
9. *Борисов А.А., Фролов С.М., Сметанюк В.А., Полихов С.А., Сегал К.* // Хим. физика. 2005. Т. 24. № 7. С. 50.
10. *Dukowicz J.K.* Quasi-steady droplet change in the presence of convection. Informal Report Los Alamos Sci. Lab. LA7997-MS, 1979.
11. *Детковский Д.А., Фролов С.М.* // ЖПМТФ. 1994. № 4. С. 105.
12. *O'Rourke P.J.* SAE P. 872089, 1987.
13. *Law C.K.* // Prog. Energy Combust. Sci. 1982. V. 8. P. 171.
14. *Frolov S.M., Frolov F.S., Basara B.* // Nonequilibrium Processes. V. 1: Combustion and Detonation / Eds. Roy G., Frolov S., Starik A.M. Moscow: Torus Press, 2005. P. 179.
15. *Wadewitz A., Specht E.* // J. Heat Mass Transfer. 2001. V. 44. P. 967.
16. *Ranz W.E., Marshall W.R.* // Chem. Eng. Prog. 1952. V. 48. P. 141.
17. *Liu A.B., Reitz R.D.* SAE Paper 930072, 1993.
18. *Clift R., Grace J.R., Weber M.E.* // Bubbles, drops and particles. N.Y.: Academic Press, 1978.
19. *Helenbrook B.T., Edwards C.F.* // J. Heat Mass Transfer. 2002. V. 28. P. 1631.
20. *Фролов С.М., Посвянский В.С., Басевич В.Я. и др.* // Хим. физика. 2004. Т. 23. № 4. С. 75.
21. *Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т.* Свойства газов и жидкостей. Л.: Химия, 1982.